

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:
Дифференциальные и интегральные уравнения

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

Направление:

13.03.02 .Электроэнергетика и электротехника–

11.03.04. . Электроника и нанoeлектроника

Профили подготовки

*«Микроэлектроника и твердотельная электроника.
Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии»*

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: *базовая*

Махачкала, 2017

Рабочая программа по дисциплине:

Дифференциальные и интегральные уравнения


составлена в 2017 году в соответствии с ФГОС ВО по направлению : 11.03.04 Электроника и наноэлектроника (уровень бакалавриат). Приказ Минобрнауки России № 937 от 7.08.2014 г.


разработчик: кф.-м.н. доцент кафедры
дифференциальных уравнений и функционального анализа
Джабраилова Лейла Мусаевна

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением 30.03.2017 г. 

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "**Дифференциальные и интегральные уравнения**" входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **140400.2 "Электроэнергетика и электротехника"**

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОК-10, ОК-11, ОК-14, ПК-3, ПК-4, ПК-2, ПК-17, ПК-18, ПК-21, ПК-16, ПК-15.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена.**

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия		Форма промежуточно й аттестации (зачет, дифференциро ванный зачет,	
	в том числе			
	Контактная работа обучающихся с преподавателем			СРС, в том числе
	Вс	из них		

	его	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации	экзамен	экзамен
3	108	18		18	36		36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Дифференциальные и интегральные уравнения" является освоение теории и применение их к решению дифференциальных и интегральных уравнений, систем дифференциальных уравнений и исследование вопросов устойчивости решений дифференциальных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина " Дифференциальные и интегральные уравнения " входит в базовую часть математического и естественно - научного цикла.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных и интегральных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, в физике в первую очередь. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	Способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для описания физических задач с помощью дифуравнений .</p> <p>Владеть: навыками и методами описания и составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем, а также в виде интегральных уравнений.</p>
ОК-3	Способность и готовность работать в коллективе	<p>Знать: основные методы теории дифуравнений, постановки основных классических задач.</p> <p>Уметь: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и интегральным уравнениям</p> <p>Владеть: основными методиками углубления знаний.</p>
	Способность к самостоятельной научно-	<p>Знать: методы работы с научно -технической информацией</p> <p>Уметь: применять полученные знания для постановки новых задач.</p>

ОК-7	<p>исследовательской работе</p> <p>Способность быстро находить, анализировать и грамотно обрабатывать научно-техническую, естественно-научную и общенаучную информацию</p>	<p>Владеть: методами исследования решений дифуравнений и их систем, методами качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p>Знать: методы работы с научно -технической информацией</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики.</p> <p>Владеть: основными приемами и методами анализа и обработки научных статей, рефератов, докладов.</p>
ОК-10	<p>Обладать фундаментальной подготовкой в области фундаментальной математики и готовностью к использованию полученных знаний в профессиональной деятельности</p>	<p>Знать: основные теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеть: методами исследования и методами составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем.</p> <p>Знать: базовые источники информации такие как классические учебники и пособия по</p>

ОК-11	Способность к анализу и синтезу информации, полученной из любых источников.	<p>дифуравнениям.</p> <p>Уметь: работать с литературой по фундаментальным разделам математики, синтезировать и анализировать полученные знания.</p> <p>Владеть: методами математического анализа, методами исследования решений дифуравнений, интегральных уравнений.</p>
ОК-14		
ПК-2	<p>способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.</p>	<p>Знать: постановку задачи Коши, ее геометрический и физический смысл, теорему существования и единственности решения дифуравнения, исследовать на устойчивость решения.</p> <p>Уметь: строить математические модели задач физики, механики и т.д.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>
ПК-3, ПК-	способностью строго доказать утверждение, сформулировать	<p>Знать: основные теоремы теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.</p>

--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 часов.

Тема	Трудоемкость	лекции	практ./семинар	Самостоятельная работа
Модуль I. Дифференциальные уравнения				
Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	5	2	1	2
Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним.	6	2	2	2
Тема 3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.	6	2	2	2
Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий	5	2	1	2

множитель.				
Тема 5. Теорема Коши для уравнения 1-го порядка.	4	1	1	2
Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной	5	1	2	2
Тема 7. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n-го порядка	4	1	1	2
Тема 8. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	5	1	2	2
Итого за модуль 1	40	12	12	16
Модуль II. Интегральные уравнения				
Тема 9. Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.	6	1	1	4
Тема 10. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма	6	1	1	4
Тема 11. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений	6	1	1	4
Тема 12. Уравнения типа Вольтера и их решение методом итераций	6	1	1	4

Тема 13. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр Фредгольмовых операторов	6	1	1	4
Тема 14. Интегральные уравнения с симметрическим операторами. Теорема Гильберта-Шмидта	6	1	1	4
Итого за модуль	36	6	6	24
Всего	108	18	18	36

2.2. Содержание курса

Модуль 1. Дифференциальные уравнения

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения» является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка и высших порядков.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка.

Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины.
Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

План лекции

1. Историческая справка.
2. Задачи (о нагретом бетоне, о народонаселении, о разложении бактерии), приводящие к дифференциальным уравнениям первого порядка.
3. Частное и общее решение.
4. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения 1-го порядка: поле направлений, изоклины.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

План лекции

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения, приводящие к однородным.

Тема 3. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

План лекции

1. Линейные уравнения 1-го порядка и их свойства.

2. Линейные однородные уравнения 1-го порядка и его общее свойство.
3. Линейное неоднородное уравнение и метод вариации произвольного постоянного.
4. Уравнение Бернулли и его сведение к линейному уравнению.

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

План лекции

1. Определение полного дифференциала двух переменных и его связь с дифференциальным уравнением в полных дифференциалах.
2. Общий интеграл дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
3. Понятие об интегрирующем множителе. Теорема существования интегрирующих множителей.
4. Интегрирующий множители в частных случаях.

Тема 5. Теорема Коши для уравнений первого порядка.

Теорема существования и единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий.

Вопросы продолжения решений.

Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

План лекции

1. Постановка начальной задачи Коши.
2. Формулировка теоремы Коши и ее расшифровка.

3. Иллюстрация на примерах.
4. Доказательство существования методом Пикара.
5. Единственность решения.

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

План лекции

1. Понятие об уравнениях неразрешенных относительно производной. Примеры.
2. Уравнение Лагранжа. Пример.
3. Уравнение Клеро. Пример.

Тема 7. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n - го порядка.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний проведения одного уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, приложение их в колебательных процессах.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

План лекции

1. Дифференциальное уравнение n -го порядка приведенного вида и задача Коши.
2. Приведение дифференциального уравнения n -го порядка к n -системе уравнений первого порядка и формулировка теоремы Коши.
3. Типы уравнений n -го порядка, разрешимые в квадратурах.
4. Уравнения, не содержащие явно искомой функции или независимого переменного.
5. Понижение порядка в однородных уравнениях различных типов.
6. Уравнения, левая часть которых является точной производной.

Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

План лекции

Лекция 1.

1. Определения и общие свойства.
2. Общая теория линейного однородного уравнения:
 - а) Определитель Вронского и его свойства;
 - б) Теорема о существовании фундаментальной системы;
 - в) Построение общего решения однородного уравнения;
 - г) Понижение порядка одного уравнения.

Лекция 2.

1. Общие свойства неоднородного линейного уравнения;
2. Метод вариации постоянных;

3. Сопряженное уравнение.

Тема 8. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Ван-дер-монда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

План лекции

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.

Модуль II. Интегральные уравнения

В данном разделе рассмотрены основные понятия интегральных уравнений, линейные интегральные уравнения типа Фредгольма, метод определителей Фредгольма, уравнения с вырожденным ядром и методы их решений, метрические пространства, операторы сжатия в метрических пространствах, метод итераций и его применение к интегральным уравнениям, Уравнения типа Вольтера и их основные методы решения, линейные пространства и линейные операторы, основные понятия спектра оператора и Фредгольмовых операторов.

Тема 9. Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

1. Понятие интегрального уравнения
2. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям

Тема 10. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма

1. уравнения типа Фредгольма
2. Метод определителей

Тема 11. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений

1. Уравнение с вырожденным ядром
2. Основные методы решения

Тема 12. Уравнения типа Вольтера и их решение методом итераций

1. Уравнение типа Вольтера
2. Метод итераций

Тема 13. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр Фредгольмовых операторов

1. Линейные пространства
2. Линейные операторы
3. Спектр линейного оператора
4. Спектр Фредгольмовых операторов

Тема 14. Интегральные уравнения с симметрическими операторами. Теорема Гильберта-Шмидта

1. Симметрические операторы
2. Интегральные уравнения с симметрическими операторами
3. Теорема Гильберта-Шмидта

2.3. Темы практических занятий.

Тема 1. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним

Занятие 1.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения.

(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)

4. Уравнения, приводящиеся к однородным.
(№ 113, 114, 132, 133).

Тема. 2. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 1.

1. Однородное линейное уравнение
2. Неоднородное уравнение.
3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.
(№ 140, 167, 173, 174, 175)

Тема 3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 1.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Тема 4. Теорема Коши для уравнения первого порядка.

Занятие 1.

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения.
(№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

Тема 5. Дифференциальные уравнения высших порядков Уравнения, допускающие понижение порядка.

Занятие 1.

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.

3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал.
(№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

Тема 6. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 1.

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней.
(№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений.
(№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

Занятие 2.

1. Неоднородные системы.
2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов.
(№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

Тема 7. Уравнение Эйлера.

Занятие 1.

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений.
(№ 593, 594, 599, 600).

Тема 8. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Занятие 1.

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.

(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

Модуль II. Интегральные уравнения

Тема 9. Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

1. Понятие интегрального уравнения
2. Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям

Тема 10. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма

1. уравнения типа Фредгольма
2. Метод определителей

Тема 11. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений

1. Уравнение с вырожденным ядром
2. Основные методы решения

Тема 12. Уравнения типа Вольтера и их решение методом итераций

1. Уравнение типа Вольтера
2. Метод итераций

Тема 13. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр Фредгольмовых операторов

1. Линейные пространства
2. Линейные операторы
3. Спектр линейного оператора
4. Спектр Фредгольмовых операторов

Тема 14. Интегральные уравнения с симметрическими операторами. Теорема Гильберта-Шмидта

1. Симметрические операторы
2. Интегральные уравнения с симметрическими операторами
3. Теорема Гильберта-Шмидта

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики.	
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения.	Доклады на тему: 1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2. Фазовый портрет и динамика.	[1], [7]

Тема2. Эквивалентность дифференциальных и интегральных уравнений	Доклады на тему: 1.Метод итерированных ядер решения интегральных уравнений	[3], [6]
Тема 3.Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.	Доклады на тему: 1.Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.	[2], [4]
Тема 4 .Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.	
Тема 5. Самосопряженные операторы типа Штурма Лиувилля	Доклады на тему: 1.Резольвента дифференциального оператора.	[2], [7]
Тема 6 .Краевые задачи	Доклады на тему:1.Задача Штурма - Лиувилля . 2.Функция Грина и ее построение..	[2], [6]
Тема 7. Интегральные уравнения	Доклады на тему: 1. Уравнения Фредгольма и Вольтерра	[5], [7]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	Знать: основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков. Определять тип интегральных уравнений и методы их решения.	Письменный опрос, коллоквиум.

	Владеть: всеми основными методами решения дифуравнений и их систем. Методы исследования на устойчивость решений систем. Методы решения интегральных уравнений.	Круглый стол.
ОПК-3	Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь. построить вариацию функционала, сводить задачу Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению, строить численное решение уравнения Фредгольма второго рода	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-1	Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений и интегральных уравнений , а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач в качественном анализе дифуравнений на практике; использовать приложения для решения разнообразных задач математики.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами ; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ исследования динамических систем.	Круглый стол
ПК-2	Знать: основные теоремы и постановки классических задач теории дифуравнений, типы дифуравнений и	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	основные методы их решений.	
	Уметь: ставить цели и задачи в виде дифуравнений, строить общее и частное решение, интегрировать основные типы уравнений, строить математическую модель физической задачи, пользоваться аналитическими и численными методами при решении задач.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: приема и методами построения особых и частных решений, исследования устойчивости решений; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	Знать: основные методы решения интегральных уравнений, постановки основных классических задач вариационного исчисления, методы построения резольвенты уравнения Фредгольма, классификацию основных типов интегральных уравнений.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: доказывать теорему Коши и другие теоремы теории дифуравнений, решать основные типы интегральных уравнений, исследовать на устойчивость решения систем дифуравнений, создавать математическую модель физических задач.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.	Круглый стол

ПК-4	Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным и интегральным уравнениям до широкой студенческой аудитории, с использованием интернет ресурсов.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: ставить задачу исследования, правильно формулировать полученный результат исследования в виде статьи и научного доклада, делать презентации с использованием современных информационных технологий; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: основами программирования и численными методами решения классических задач математики, технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области

математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных и интегральных уравнений.</p> <p>Уметь: определять тип дифуравнения, решать уравнения и их системы, находить общие и частные решения, особые решения,</p> <p>Владеть: основными методами решения интегральных уравнений и систем дифуравнений. Методами качественного анализа систем дифуравнений и оценка устойчивости решений систем.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: постановки классических задач теории дифуравнений и матем. анализа, задачи физики сводящиеся к решению с помощью</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	<p>дифуравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для самостоятельного исследования ,уметь составлять математические модели физических задач.</p> <p>Владеть: основными методами решений дифуравнений и их систем, методами исследования решений на устойчивость, построение фазовых портретов. Методологией и навыками решения научных и практических задач</p>			
--	---	--	--	--

ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы теории дифуравнений, аналитические и численные методы решения уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач по физике ,механике и т.д.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	<p>Владеть: всеми методами исследования решений дифуравнений и качественного анализа систем уравнений на устойчивость. Методы построения математических моделей физических и прикладных задач в виде дифуравнений.</p>			
--	---	--	--	--

ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговой	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p>Уметь: интегрировать основные типы дифуравнений первого и высших порядков, доказывать теорему существования и единственности задачи Коши, исследовать особые решения, устойчивость решений систем дифуравнений.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики, создавать математические</p>	<p>Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние</p>	<p>Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, не</p>	<p>Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности,</p>

	<p>модели и решать их ,в том числе применяя современные информационные технологии.</p>	<p>условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p>	<p>давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	---	--	---

ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: доказательство основных теорем теории дифференциальных уравнений, математического анализа и интегральных уравнений.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p>

	<p>систем дифференциальных уравнений на практике; использовать приложения качественной теории для решения разнообразных задач математики.</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами динамических систем дифференциальных уравнений; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ качественного анализа решений систем дифуравнений.</p>	<p> типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам</p>	<p>данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	---	---	---

ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным	Имеет представление о содержании отдельных разделов	Имеет представление о содержании основных разделов	Имеет четкое, целостное представление о содержании основных

	<p>уравнениям до широкой студенческой аудитории. Как составить наглядную презентацию и доклад по проведенному исследованию.</p> <p>Уметь: извлекать нужную информацию из известных интернет ресурсов, оформлять научные результаты в виде статей и публикаций, пользоваться современными информационными технологиями для работы.</p> <p>Владеть: основами программирования и численными методами решения классических задач математики, технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>	<p>математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим дисциплинам</p>	<p>математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	--	---	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Вопросы для самостоятельной работы

1. Что называется интегральной кривой.
2. Назовите интегрируемые типы дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Какую задачу называют задачей Коши.
4. Докажите, что уравнение $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$ не имеет решений отличных от $y = x + C\sqrt{1 + x^2}$.
5. Сколько решений $y = \varphi(x)$ уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$ определяет соотношение $y(x + \ln x) = 1 - y$.
6. Построить интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dy} = \frac{|xy|}{xy}$.
7. Составить дифференциальное уравнение семейства эллипсов, имеющих постоянную большую ось, равную $2a$.
8. Какими свойствами обладают интегральные кривые однородного дифференциального уравнения первого порядка.
9. Дайте определение однородного уравнения.
10. Какие дифференциальные уравнения приводятся к однородным и как?
11. Как уравнение Бернулли приводится к линейному неоднородному уравнению.
12. Каковы необходимые и достаточные условия того, что бы уравнение $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ было дифференциальным уравнением в полных дифференциалах.
13. Что такое интегрирующий множитель.
14. Какие функции удовлетворяют условию Липшица.
15. Удовлетворяет ли условию Липшица функция

$$f(y) = \begin{cases} y \ln|y|, & y \neq 0, \\ 0, & y = 0, \end{cases} \text{ на отрезке } [-b, b].$$

16. Методом последовательных приближений найти решение задачи Коши

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1.$$

17. Какое решение дифференциального уравнения называется особым решением.

18. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' + (y')^2$.

19. При каких неотрицательных a нарушается единственность решений уравнения $y' = |y|^a$ и в каких точках.

20. Запишите общее решение уравнения $y^{(n)} = f(x)$ в форме Коши.

21. Какое дифференциальное уравнение называется линейным n -го порядка.

22. Дайте определение фундаментальной системы решений однородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка.

23. Запишите формулу Остроградского-Лиувилля и какое условие из формулы вытекает.

24. Найти определитель Вронского системы функций $e^x, xe^x, x^2e^x, x \in (-\infty, \infty)$.

25. Построить линейное однородное уравнение, для которого функции $y_1 = \sin x, y_2 = \cos x$ образуют фундаментальную систему решений.

26. В чем идея метода вариации произвольных постоянных.

27. Напишите характеристическое уравнение соответствующее однородному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами.

28. Каким образом уравнение Эйлера сводится к уравнениям с постоянными коэффициентами.

29. Какие решения называются колеблющимися.

30. Как оценивается расстояние между двумя последовательными нулями решения уравнения $y'' + Q(x)y = 0$.

31. Найти общее решение уравнения $y'' + y = 0$.

32. В каких случаях частное решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами можно найти по виду правой части.
33. В виде степенного ряда найти решение уравнения, удовлетворяющего условиям $xu'' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
34. Сформулируйте задачу Коши для системы дифференциальных уравнений.
35. Запишите фундаментальную систему решений и определитель Вронского для линейной однородной системы $\dot{x} = y$, $\dot{y} = 0$.
36. Как строится общее решение однородной линейной системы дифференциальных уравнений.
37. Как находится частное решение неоднородной системы дифференциальных уравнений, если известно общее решение однородной системы.
38. В каком виде ищется общее решение однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае кратных характеристических корней.

39. Образуют ли вектор-функции $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_1 = e^{-\cos t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_2 = e^{-\sin t} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

фундаментальную систему решений уравнений

$$\frac{dx}{dt} = (2 \sin t - \cos t)x + (\sin t - \cos t)y,$$

$$\frac{dy}{dt} = 2(\cos t - \sin t)x + (2 \cos t - \sin t)y?$$

40. Решите систему уравнений $\frac{dx}{dt} = y + z$; $\frac{dy}{dt} = x + z$; $\frac{dz}{dt} = x + y$.

41. Дайте определения устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости.
42. В чем смысл двух методов исследования системы дифференциальных уравнений на устойчивость.
43. Сформулируйте теорему Гурвица.

44. Исследовать на устойчивость решения системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x + 5y, \quad \frac{dy}{dt} = -x + 2y.$$

45. Назовите типы особых точек системы

$$\frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y, \quad \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y.$$

46. При каких действительных a, b, c корни многочлена имеют отрицательные действительные части.

47. Найти все положения равновесия системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = xy + 4, \quad \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17. \quad \text{Исследовать их устойчивость и}$$

определить типы особых точек.

48. Дайте определения первого интеграла системы дифференциальных уравнений.

49. Какие уравнения называются линейными и квазилинейными дифференциальными уравнениями первого порядка с частными производными.

50. Найти решение задачи Коши $y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = y^2 - x^2, \quad u(0, y) = \frac{1}{y^2}.$

Контрольные вопросы

1. Теорема Коши для диф. уравнения 1-го порядка. Формулировка.
2. Однородные линейные диф. уравнения в частных производных 1-го порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Исследование устойчивости по первому приближению.
5. Теорема Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка. Доказательство существования решения.
6. Понятие об уравнениях в частных производных.
7. Однородные уравнения.
8. Задача Коши для линейного однородного диф. уравнения в частных производных 1-го порядка.
9. Теорема Коши. Доказательство единственности для диф. уравнения $y' = f(x, y)$

10. Понятие о колеблющихся и не колеблющихся решениях.
11. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений.
12. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных характеристических корней.
13. Линейные уравнения 1-го порядка.
14. Формулировка теоремы Коши для системы дифференциальных уравнений.
15. Уравнение Бернулли.
16. Общие свойства систем линейных дифференциальных уравнений.
17. Уравнение Лагранжа.
18. Определитель Вронского и формула Остроградского - Лиувилля для однородной линейной системы д.у.
19. Уравнение Клеро.
20. Метод вариации для линейной неоднородной системы.
21. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
22. Построение общего решения линейной однородной системы.
23. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений высших порядков.
24. Линейная однородная система диф. уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
25. Уравнения в полных дифференциалах.
26. Линейная однородная система диф. уравнений с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
27. Уравнения, приводящиеся к однородным.
28. Теорема о неколеблемости.
29. Интегрирующий множитель.
30. Теорема об устойчивости по Ляпунову.
31. Общие свойства линейных уравнений n-го порядка.
32. Теорема об асимптотической устойчивости.
33. Построение общего решения линейного однородного диф. уравнения n-го порядка.
34. Особая точка. Узел.

35. Фундаментальная система решений для однородного линейного уравнения n -го порядка. Теорема существования.
36. Теорема Штурма.
37. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного диф. уравнения n -го порядка.
38. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
39. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка методом вариации произвольных постоянных.
40. Особая точка. Седло.
41. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
42. Теорема сравнения.
43. Построение однородного линейного диф. уравнения по известным решениям.
44. Теорема об устойчивости по первому приближению.
45. Уравнение Эйлера.
46. Теорема об асимптотической устойчивости.
47. Линейное однородное диф. уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
48. Квазилинейные уравнения в частных производных.
49. Линейное однородное диф. уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай мнимых корней.
50. Построение линейной однородной системы по заданной фундаментальной системе решений.
51. Нахождение частных решений неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами по виду правой части.
52. Особая точка. Случаи фокуса и центра.
53. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
54. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
55. Теорема Линделефа.
56. Система трех уравнений Эйлера, описывающих движение твердого тела.

Примеры для самостоятельной работы

По разделу «Дифференциальные уравнения»

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.

21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{2x+y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы
 $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы
 $x' = \ln(e+ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы
 $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x+1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию
 $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x-3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.

42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.

43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.

44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.

45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.

46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.

47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6;15]$.

48. Решить систему $x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$.

49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5;125]$.

50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}$.

51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.

52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.

54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.

55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.

56. Решить уравнение $y''' + y' = \cos x$.

57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

$x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2y$.

По разделу «Интегральные уравнения»

1. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

2. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t)dt$.

3. Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt + x$

4. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t) dt$

5. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = x$

6. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(t) dt = x$

7. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = x$

8. Решить уравнение $\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{2}} \varphi(t) dt = x^{\frac{5}{2}}$

9. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1x$

10. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt = 0$

11. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t) dt - x$

12. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t+x)\varphi(t) dt + x$

13. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t) dt = 2x$

14. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 - \int_0^x \varphi(t) dt$

15. Решить уравнение $\varphi(x) = 3 + \int_0^x \varphi(t) dt$

. Примеры для самостоятельного решения

1. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = Cx^2 - x$

2. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = x^2 + Cx$

3. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = A \cos(x + \varphi)$

4. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых $y = (C_1 + C_2 x)e^x$

5.. Построить приближенно интегральные кривые уравнений:

6. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = \frac{x+1}{1-y}$

7. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = x(y+1)$

8. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = 2x - 2y + 1$

9. Построить приближенно интегральные кривые уравнений: $y' = \frac{1-y}{x}$

10. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения:

$$(x^2 + x)y' - y(2x + 1) = 0, \quad y = C(x^2 + x)$$

11. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения

$$y' - \frac{1}{x}y = 0, \quad y = Cx$$

12. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения

$$y' - \frac{2}{x}y = 0, \quad y = Cx^2$$

13. Показать, что при всех значениях произвольной постоянной C функция $y = y(x, C)$ является решением данного дифференциального уравнения

$$y' - \frac{1}{x+1}y = 0, \quad y = C(x+1)$$

14. Решить дифференциальное уравнение: $y' = \sin 2x + x^2$

15. Решить дифференциальное уравнение $y' = \cos 3x - \sqrt[3]{x^2}$

16. Решить дифференциальное уравнение $y' = x \ln x + 1$

17. Решить дифференциальное уравнение $y' = xe^x + 3x$

18. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными

19. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $(x^2 + 1)dy - 2xydx = 0$

21. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $3y' - 2\sqrt{x}y = 0$

22. Решить дифференциальное уравнение, приводя его к дифференциальному уравнению с разделенными переменными $\frac{y}{x-2}dx + (x+2)dy = 0$

23. Решить уравнения: $x^2(x^2 + 4)y' = \cos^2 y$

24. Решить уравнения $xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$

25. Решить уравнения $2xydx = (1 - x^2)dy$

26. Решить уравнения $y'tg^2 x - ctgy = 0$

27. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(2x + y + 2)dx - (4x + 2y + 9)dy = 0$

28. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить

$$(2 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$$

29. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(2y - x + 1)dx + (4y + 2x + 6)dy = 0$

30. С помощью линейной замены переменных привести уравнения к уравнению с разделенными переменными и решить $(y - 3x + 2)dx + (3x - y - 1)dy = 0$

31. Решить задачу Коши $(y + 2)y' = \sin 2x$, $y(0) = 1$

32. Решить задачу Коши $(e^x + 1)^2 y' + (e^{2x} - 1)y = 0$, $y(0) = \frac{1}{4}$

33. Решить задачу Коши $y' + 3y^2 = 3y$, $y(0) = \frac{1}{2}$

34. Решить задачу Коши $3x(x+1)y' = (x+2)y$, $y(1) = -1$

35. Решить линейные уравнения первого порядка $y' + y = 2e^x$

36. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' = y - 2x^2$

37. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' = x^2 + y$

38. Решить линейные уравнения первого порядка $xy' + \frac{1}{x} = x^2 + y$

39. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его

к линейному уравнению $y' = xy^2 + \frac{y}{x}$

40. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его

к линейному уравнению $2xy' + 2y = x^2y^2$

41. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его

к линейному уравнению $y' = y^2 + \frac{y}{x}$

42. Решить уравнения Бернулли с помощью специальной подстановки, приводя его

к линейному уравнению $y' - y + 2xy^3 = 0$

43. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его:

$$(1 - 3x^2 - y)dx = (x - 3y^2)dy$$

44. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(y^2 - 2x)dx + (2xy - \sin y)dy = 0$

45. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(y^2 + \ln x)dx + (2xy - \ln y)dy = 0$

46. Показать, что данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением в полных дифференциалах и решить его $(e^x + y)dx + (x + 2y \cos y^2)dy = 0$

47. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение:

$$2xydx + (y^2 - x^2)dy = 0$$

48. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(3\sqrt{x-y} - 2x)dx = (3\sqrt{x-y} - 2y)dy$

49. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(2xy^2 + y)dx - (x^2y + 2xy)dy = 0$

50. Найдя интегрирующий множитель или сделав подходящую замену переменных, решить уравнение $(y - 3x^2y^3)dx - (x + x^3y^2)dy = 0$

Тесты для самопроверки бакалавров по разделу «Интегральные уравнения»

Какое из данных уравнений является Фредгольмовым второго порядка

1. $\varphi(x) + \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 0$

$$2. \varphi(x) - \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 1$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \frac{\sin t}{t-x} dt \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \sin t dt = 1$$

Какое из данных уравнений не является Фредгольмовым второго порядка

$$1. \varphi(x) - 4 \int_1^2 \sin(x-1)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$$

$$3. \varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 1$$

$$4. \varphi(x) - 2 \int_1^2 K\varphi(t)dt = 2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра второго рода

$$1. \varphi(x) - \int_a^b \sin x \varphi(t)dt = 1$$

$$2. \varphi(x) - \int_1^x \sin t dt = 1$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x \cos x \varphi(t)dt = \sin x$$

$$4. \int_a^x \varphi(x) dx = e^x$$

Какое из данных уравнений является уравнением Фредгольма первого рода

$$1. \int_1^2 \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \int_1^2 \sin(x-t)dt = \varphi(t)$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \int_a^x t\varphi(t)dt = x^2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра первого рода

$$1. \varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t)dt + e^x$$

$$2. \int_0^1 e^{x-t} dt = e^x$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^t \varphi(t) dt = 3$$

$$4. \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = 1$$

Найти ненулевое решение уравнения $\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(t) dt$

$$1. \varphi(x) = c$$

2. $\varphi(x) = x$

3. $\varphi(x) = \sin x$

4. $\varphi(x) = x^2$

Какая из заданных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 \sin x \varphi(x) dt$

1. $\varphi(x) = x^2$

2. $\varphi(x) = \cos x$

3. $\varphi(x) = \sin x$

4. $\varphi(x) = x^2 - x$

Какая из заданных функций является решением уравнения

$$\varphi(x) = \cos x + \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt ?$$

1. $\varphi(x) = \cos x$

2. $\varphi(x) = \sin x$

3. $\varphi(x) = x$

4. $\varphi(x) = \cos x + \sin x$

Какое из заданных уравнений имеет вырожденное ядро?

1. $\varphi(x) = 2 \int_0^1 e^{xt} dt$

2. $\varphi(x) = \int_0^1 \sin(xt) \varphi(t) dt$

3. $\varphi(x) = \int_0^1 e^{(x-t)^2} \varphi(t) dt$

4. $\varphi(x) = \int_1^2 \sin(x-t) \varphi(t) dt$

Найти решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1$?

1. x

2. e^{-x}

3. $e^x + 1$

2. e^x

Найти характеристическое решение уравнения $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \varphi(x) dt = 0$?

1. $\lambda = 2$

2. $\lambda - 1$

3. $\lambda + 1$

4. $\lambda = 1$

Какой из операторов $A: R \rightarrow R$ является линейным

1. $Ax = 2x + 1$

2. $Ax = 3x$

3. $Ax = x + 1$

4. $Ax = x^2$

Найти третье приближенное решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$, если

$$\varphi_1(x) = x$$

$$1. \varphi_3(x) = 3x$$

$$2. \varphi_3(x) = x^3$$

$$3. \varphi(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

$$4. \varphi(x) = x + x + x^2$$

Какое из данных операторов?

$$1. A\varphi = \int_1^2 \cos(t-x)\varphi(t)dt$$

$$2. Ax = \int_0^1 (t-x)\varphi(t)dt$$

$$3. A\varphi = \int_0^1 e^{x-t}\varphi(t)dt$$

$$4. A\varphi = \int_0^1 \sin(t-x)\varphi(t)dt$$

является симметричным?

Решить уравнение $\varphi(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \varphi(t)dt = 0$

$$1. \varphi(x) = e^x$$

$$2. \varphi(x) = c \sin x$$

$$3. \varphi(x) = \cos x$$

4. $\varphi(x) = x$

Какая из данных функций является решением уравнения

$$\varphi(x) = \cos x + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt$$

1. $\cos x + c \sin x$

2. $\varphi(x) = \cos x$

3. $\varphi(x) = c \sin x$

4. $\sin x - \cos x$

Записать уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала $f(y) = \int_0^1 y^2 dx$

1. $y = 0$

2. $F_{y'} = 0$

3. $y'(x) = 0$

4. $y - y' = 0$

Найти экстремали для функционала $f(y) = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y) dx$

1. $2y = 0$

2. $y = -1$

3. $y = -\frac{1}{2}$

4. $y = cx$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтера второго рода

$$\int_a^x e^t \varphi(t) dt = x$$

1. $\int_0^x (x-t) dt = 1$

2. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \sin(t-x) \varphi(t) dt = x$

3. $\varphi(x) - \int_1^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$

4. $\varphi(x) - \int_1^2 \cos(t-x) dt = 0$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов

«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно

66-85	Хорошо
86-100	Отлично

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. А.Н.Тихонов, А.В.Васильев, А.Г.Свешников, Дифференциальные уравнения, 1985.
2. В.В.Степанов, Курс дифференциальных уравнений, 1958.
3. Н.П.Еругин, Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений, 1979.
4. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1984г.
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифуравнений. -М: Урсс. 2003.
6. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для студенческих вузов А.Ф. Филиппов.-изд 2-е, испр.-М.: КомКнига, 2007.-239с.
7. Самойленко А.М. Кривошея С.Я. Перестюк Н.А Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи -М. Высшая школа .1984 г.
8. Немыцкий В.В. Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений.-М. УРСС. 2004
9. И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. Вариационное исчисление.
10. В.Г. Краснов. Интегральные уравнения.
11. Г.Н. Берман. Сборник задач по курсу мат. анализа.

б) Дополнительная литература

12. А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 1984.
13. А.М. Самойленко и др., Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи, 1989.
14. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2002 г.
15. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2001 г.
16. Эльсгольц . Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: «Наука», 1964.
17. М.Л. Краснов и др. Интегральные уравнения, задачи и упражнения, «Наука», 1968.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm
www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811
www.bookvoed.ru/book?id=413420
www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm
www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf
www.alleng.ru/d/math/math97.htm

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного

обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Дифференциальные и интегральные уравнения » рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов