МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшегообразования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Кафедра: *дифференциальных уравнений и функционального анализа*
Факультете: *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
01.03.01 Математика

Профили подготовки
«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: Функциональный анализ
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень бакалавриат)
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент кафедры ДУи ФА Рагимханов В.Р.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры: дифференциальних уравнений и функционального анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6
Заведующий кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель ____________

Рабочая программа согласована с учебно-мтодическим управлением ____________

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины 4
1. Цели освоения дисциплины 5
2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата 5
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения. 5
4. Объем, структура и содержание дисциплины. 7
5. Образовательные технологии 19
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.20
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины. 22
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины 36
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. 37
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины. 38
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем. 39
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине. 39

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению**01.03.01Математика.**

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных науккафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота исепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; построение и основные свойства меры и интеграла Лебега; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общепрофессиональных компетенций (ОПК): ОПК-1, ОПК-3;*
профессиональных (ПК): ПК-1, ПК-2, ПК-4, ПК-6

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена*.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
5	144	36		36			72	Экзамен
6	144	36		36			72	Экзамен
Итого	288	72		72			144	

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *функциональный анализ* являются:

– овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);

– овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);

– овладение основными понятиями и методами теории меры и интеграла Лебега;

– овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и естествознания;

– дальнейшее повышение математической культуры студентов.

2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *функциональный анализ*входит в базовую часть образовательной программы по направлению *01.03.01 Математика*.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен знать:

1) линейную алгебру;

2) основы действительного анализа;

3) элементы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;

4) топологию;

5) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Для ФАН настоящая потребность в комплексном анализе появляется в середине курса, при изучении спектров. Особа связь между ФАН и УЧП, если пользоваться ФАН при изложении УЧП.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	**Знать:**место функционального анализа внутри математики и возможностей функционально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений **Уметь:** формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа **Владеть:** основными методами функционального анализа
ОПК-3	Обладать способность демонстрировать общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий связанных с прикладной математикой и информатикой	**Знать:**основные понятия и теоремы функционального анализа **Уметь:** видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики **Владеть:**методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач
ПК-1	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	**Знать:**три основных принципа линейного функционального анализа **Уметь:** применять основные теоремы и положения функционального анализа для решения прикладных задач **Владеть:**навыками работы с основными функциональными пространствами и навыками установления основных свойств операторов в них
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	**Знать:**функциональные пространства, операторы и функционалы **Уметь:** использовать функциональные пространства при постановке краевых задач уравнений математической физики **Владеть:**методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач
ПК-4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты	**Знать:**банаховы и гильбертовы пространства, ограниченные линейные операторы, компактные линейные операторы. **Уметь:** четко формулировать условия применимости различных теорем

		функционального анализа **Владеть:**доказательствами основных теорем функционального анализа
ПК-6	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления	**Знать:**основные приемы функционально аналитического подхода к решению прикладных задач **Уметь:** устанавливать полноту или неполноту, сепарабельность или несепарабельность, компактность или некомпактность метрических пространств; устанавливать свойства данных линейных или нелинейных операторов **Владеть:** основными методами функционального анализа

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 8, академических часов 288.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Аудиторные занятия, в том числе**				**Самостоят. работа**	**Формы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
			лекции	**практ. занятия**	**лабор. работы**	**Контр. сам. раб.**		
Первый семестр								
Модуль 1. Интеграл Лебега								
Всего по модулю 1	**5**		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Мера Лебега и его свойства			2	2			2	
2. Измеримые множества и функции			4	4			4	
3. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной мере			4	4			4	
4. Теорема Фубини о повторном интеграле			2	2			2	
Модуль 2. Банаховы пространства и вопросы аппроксимации в банаховых пространствах								
Всего по модулю 2	**5**		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические пространства			4	4			4	
2. Теорема Хана-Банаха о и отображение двойственности			4	4			4	
3. Лебеговы			4	4			4	

пространства и им сопряженные. Сопряженные операторы								
Модуль 3. ***Гильбертовы пространства. Преобразование Фурье***								
Всего по модулю 3	***5***		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Предгильбертовы и гильбертовы пространства			2	2			2	
2. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства			2	2			2	
3. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве			2	2			2	
4. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве и изоморфизм гильбертовых пространств			2	2			2	
5. Преобразование Фурье и теорема Планшереля			4	4			4	
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
ИТОГО за 5 семестр			**36**	**36**			**36**	**36**
Второй семестр								
Модуль 1. Пространства сходимости. Обобщенные функции								
Всего по модулю 1	***6***		***10***	***10***			***16***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Линейные пространства сходимости и им сопряженные			4	4			6	
2. Обобщенные функции			4	4			6	
3. Локально выпуклые пространства			2	2			4	
Модуль 2. Ограниченные операторы. Компактные множества								
Всего по модулю 2	***6***		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теорема Бэра о категориях и принцип равномерной ограниченности			2	2			2	
2. Сильная и слабая сходимость.			2	2			2	
3. Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике. Спектр ограниченного оператора			2	2			2	
4. Компактные множества. Критериий компактности Хаусдорфа и ее следствия.			2	2			2	
5. Критерий			2	2			2	

компактности в пространствах $C[a,b]$ и L_p								
6. Слабо компактные множества и их свойства			2	2			2	
Модуль 3. Компактные операторы. Линейные операторные уравнения в банаховых пространствах с вполне непрерывными операторами								
Всего по модулю 3	**6**		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Компактные операторы и их свойства.			2	2			2	
2.Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора.			2	2			2	
3.Линейные операторные уравнения в (В)-пространстве с вполне непрерывными операторами.			4	4			4	
4.Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта. Штурма-Лиувилля			2	2			2	
5.Интегральные операторы Фредгольма и задача			2	2			2	
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
ИТОГО за 6 семестр			**36**	**36**			**36**	**36**
ИТОГО			**72**	**72**			**72**	**72**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Первый семестр

Модуль 1. Интеграл Лебега

Тема 1: «Мера Лебега и его свойства»

Лекция №1:

1) Основные классы подмножеств данного множества
2) Конечно-аддитивные и счетно-аддитивные функции множества меры
3) Продолжение меры на кольцо.
4) Внешняя мера, μ-измеримые множества и теорема Каратеодори об μ-измеримых множествах.
5) Продолжение меры по Лебегу и Жордану.

Тема 2: <u>«Измеримые множества и функции»</u>

Лекция №2:

1) Измеримые множества и их свойства.
2) Борелевские множества.
3) Множества меры нуль.

Лекция №3:

1)Измеримые функции и их свойства.
2) Различные типы сходимости функций и связь между ними
3) Теоремы Егорова и Лузина.

Тема 3: <u>«Интеграл Лебега по счетно-аддитивной мере»</u>

Лекция №4:

1) Интеграл по счетно-аддитивной мере.
2) Счетнаяаддитивность интеграла Лебега.
3) Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.
Теорема Радона-Никодима.

Лекция №5:

1) Теорема о монотонной сходимости.
2) Лемма Фату.
3) Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теорема Радона-Никодима.

Тема 4: <u>«Теорема Фубини о повторном интеграле»</u>

Лекция №6:

1) Произведение мер.
2) Теорема Фубини.
3) Теорема Тонелли.

Модуль 2. Банаховы пространства и вопросы аппроксимации в банаховых пространствах

Тема 1: «Метрические пространства»

Лекция № 7:

1) Метрические пространства.
2) Примеры метрических пространств.
3) Сходимость в метрическом пространстве.
4) Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве и их свойства.
5) Всюду и нигде не плотные множества.

Лекция № 8:

1) Фундаментальные последовательности.
2) Полные метрические пространства.
3) Теорема о пополнении метрических пространствах.
4) Теорема о вложенных шарах.
5) Неподвижные точки отображений.
6) Сжимающие отображения.

7) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.
8) Приложения теоремы Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Теорема Хана-Банаха и отображение двойственности»

Лекция № 9:

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
4) Линейные операторы и их непрерывность.

Лекция № 10:

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по Непрерывности в (B)-пространствах
2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.
3) Сопряженное пространство.

Тема 2: «Лебеговы пространства и им сопряженные. Сопряженные операторы»

Лекция № 11:

1) Теорема об общем виде функционала $f \in \left(C_{([a,b])}\right)^{*}$.
2) Биортогональные системы.
3) Отображения двойственности и рефлексивные пространства.

Лекция № 12:

1) Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов
2) Лебеговы пространства $L_p(X)$ ($1 \le p \le \infty$).
3) Сопряженное пространство $Lp^*(X)$ ($1 \le p \le \infty$).
4) Сопряженные линейные операторы

Модуль 3. Гильбертовы пространства. Преобразование Фурье

Тема 1: «Предгильбертовы и гильбертовы пространства»

Лекция № 13:

1) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
2) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
3) Неравенства Коши-Буняковского.
4) Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.

Тема 2: «Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства»

Лекция № 14:

1) Ортогональность в гильбертовом пространстве.
2) Ортогональное дополнение.
3) Теорема об ортогональном разложении.

Тема 3: «Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве».

Лекция № 15:

1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного

функционала в гильбертовом пространстве.
2) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте

Тема 4: «Ряды Фурье в гильбертовом пространстве и изоморфизм в гильбертовых пространствах»

Лекция № 16:

1) Ортогональные системы.
2) Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
3) Условие замкнутости.
4) Теорема Стеклова о полноте
5) Изоморфизм и изометрия.
6) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.
7) Изоморфизм гильбертовых пространств. Условие замкнутости

Тема 5: «Преобразование Фурье и теорема Планшереля»

Лекция № 17:

1) Преобразование Фурье в $L_1(R^n)$.
2) Свойства преобразования Фурье.
3) Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$.

Лекция №18:

1) Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$.
2) Основные свойства преобразования Фурье в $L_2(R^n)$.
3) Теорема Планшереля об операторе Фурье.
4) Приложение преобразования Фурье при решении дифференциальных уравнений.

Второй семестр

Модуль 1. Пространства сходимости. Обобщенные функции

Тема 1: «Линейные пространства сходимости и им сопряженные»

Лекция №1:

5) Аксиомы сходимости по Френе.
6) Линейные пространства сходимости.
7) Полнота сопряженных пространств.

Тема 2: «Обобщенные функции»

Лекция №2:

1) Пространства основных функций $D(R^n)$ и обобщенный функций $D'(R^n)$.
2) Действия с обобщенными функциями

Лекция № 3:

1) Структура обобщенных функций.
2) Сопряженное пространство $E'(R^n)$.
3) Пространства Шварца J´(Rn).

Модуль 2. Ограниченные операторы. Компактные множества

Тема 1: «Теорема Бэра о категориях и принцип равномерной ограниченности»

Лекция №4:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Лекция №5:

1) Сильная и слабая сходимость операторов.
2) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
3) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
4) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 2: «Сильная и слабая сходимость»

Лекция №6:

1) Сильная и слабая сходимость операторов.
2) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 3: «Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике. Спектр линейного оператора»

Лекция №7:

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.
3) Спектр ограниченного оператора.

Тема 4: «Компактные множества. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствия»

Лекция №8:

1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
2) Основные свойства компактных множеств.

Лекция №9:

1) Вполне ограниченные множества.
2) Критерий компактности Хаусдорфа .
3) Следствия теоремы Хаусдорфа.

Тема 5: «Критерий компактности в пространствах C[a,b] и L_p»

Лекция №10:

1) Критерий компактности множества в C(X).
2) Критерий компактности множества в пространствах l_p и $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.

Тема 6: «Слабо компактные множества и их свойства»

Лекция №11:

1) Слабо* компактные множества и их свойства.
2) Критерий слабой* компактности множества K E*, где E* - сопряженное пространство (B)-пространства E.

Модуль 2. Ограниченные операторы. Компактные множества

Тема 1: «Компактные операторы и их свойства»

Лекция №12:

1) Компактные операторы.
2) Основные свойства линейных компактных операторов.
3) Примеры линейных компактных операторов.

Тема 2: «Теорема Рисс-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора»

Лекция №13:

1) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в
2) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Линейные уравнения в (B)-пространствах с вполне непрерывными операторами»

Лекция №14:

1) Постановка задачи.
2) Нетеровы операторы.

Лекция №15:

1) Теоремы Фредгольма.
2) Примеры уравнений с вполне непрерывным оператором.

Тема 4: «Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта»

Лекция №16:

1) Эрмитовы операторы.
2) Основные свойства эрмитовых операторов.

Лекция №17:

1) Теорема Гильберта-Шмидта.
2) Операторы Гильберта-Шмидта.

Тема 4: «Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта»

Лекция №18:

1) Интегральные операторы Фредгольма
2) Задача Штурма-Лиувилля.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ
Первый семестр

Тема 1: «Мера Лебега и его свойства»

Практическое занятие №1:

1) Основные классы подмножеств данного множества
2) Конечно-аддитивные и счетно-аддитивные функции множества меры

3) Продолжение меры на кольцо.

Тема 2: <u>«Измеримые множества и функции»</u>

Практическое занятие №2:

1) Измеримые множества и их свойства.
2) Борелевские множества.
3) Множества меры нуль.

Практическое занятие №3:

1) Измеримые функции и их свойства.
2) Различные типы сходимости функций и связь между ними

Тема 3: <u>«Интеграл Лебега по счетно-аддитивной мере»</u>

Практическое занятие №4:

1) Интеграл по счетно-аддитивной мере.
2) Счетная аддитивность интеграла Лебега.
3) Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теорема Радона-Никодима.

Практическое занятие №5:

1) Теорема о монотонной сходимости.
2) Лемма Фату.
3) Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теорема Радона-Никодима.

Тема 4: <u>«Теорема Фубини о повторном интеграле»</u>

Практическое занятие №6:

1) Произведение мер.
2) Теорема Фубини.
3) Теорема Тонелли.

Модуль 2. Банаховы пространства и вопросы аппроксимации в банаховых пространствах

Тема 1: «Метрические пространства»

Практическое занятие № 7:

1) Примеры метрических пространств.
2) Сходимость в метрическом пространстве.
3) Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве и их свойства.
4) Всюду и нигде не плотные множества.

Практическое занятие № 8:

1) Фундаментальные последовательности.
2) Примеры полных метрических пространств.
3) Неподвижные точки отображений.
4) Сжимающие отображения.

Тема 2: «Теорема Хана-Банаха и отображение двойственности»

Практическое занятие № 9:

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
4) Линейные операторы и их непрерывность.

Практическое занятие № 10:

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по Непрерывности в (B)-пространствах
2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.
3) Сопряженное пространство.

Тема 2: «Лебеговы пространства и им сопряженные. Сопряженные операторы»

Практическое занятие № 11:

1) Теорема об общем виде функционала $f \in \left(C_{([a,b])}\right)^*$.
2) Биортогональные системы.
3) Отображения двойственности и рефлексивные пространства.

Практическое занятие № 12:

1) Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов
2) Лебеговы пространства $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
3) Сопряженное пространство $Lp^*(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
4) Сопряженные линейные операторы

Модуль 3. Гильбертовы пространства. Преобразование Фурье

Тема 1: «Предгильбертовы и гильбертовы пространства»

Практическое занятие № 13:

1) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
2) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
3) Неравенства Коши-Буняковского.
4) Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.

Тема 2: «Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства»

Практическое занятие № 14:

1) Ортогональность в гильбертовом пространстве.
2) Ортогональное дополнение.
3) Теорема об ортогональном разложении.

Тема 3: «Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве».

Практическое занятие № 15:

1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
2) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте

Тема 4: «Ряды Фурье в гильбертовом пространстве и изоморфизм в гильбертовых пространствах»

Практическое занятие № 16:

1) Ортогональные системы.
2) Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
3) Условие замкнутости.
4) Теорема Стеклова о полноте
5) Изоморфизм и изометрия.
6) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.
7) Изоморфизм гильбертовых пространств. Условие замкнутости

Тема 5: «Преобразование Фурье и теорема Планшереля»

Практическое занятие № 17:

1) Преобразование Фурье в $L_1(R^n)$.
2) Свойства преобразования Фурье.
3) Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$.

Практическое занятие №18:

1) Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$.
2) Основные свойства преобразования Фурье в $L_2(R^n)$.
3) Теорема Планшереля об операторе Фурье.
4) Приложение преобразования Фурье при решении дифференциальных уравнений.

Второй семестр

Модуль 1. Пространства сходимости. Обобщенные функции

Тема 1: «Линейные пространства сходимости и им сопряженные»

Практическое занятие №1:

1) Аксиомы сходимости по Френе.
2) Линейные пространства сходимости.
3) Полнота сопряженных пространств.

Тема 2: «Обобщенные функции»

Практическое занятие №2:

1) Пространства основных функций $D(R^n)$ и обобщенный функций $D'(R^n)$.
2) Действия с обобщенными функциями

Практическое занятие № 3:

1) Структура обобщенных функций.
2) Сопряженное пространство $E'(R^n)$.
3) Пространства Шварца J´(Rn).

Модуль 2. Ограниченные операторы. Компактные множества

Тема 1: «Теорема Бэра о категориях и принцип равномерной ограниченности»

Практическое занятие №4:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Практическое занятие №5:

1) Сильная и слабая сходимость операторов.
2) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
3) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
4) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 2: «Сильная и слабая сходимость»

Практическое занятие №6:

1) Сильная и слабая сходимость операторов.
2) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 3: «Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике. Спектр линейного оператора»

Практическое занятие №7:

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.
3) Спектр ограниченного оператора.

Тема 4: «Компактные множества. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствия»

Практическое занятие №8:

1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
2) Основные свойства компактных множеств.

Практическое занятие №9:

1) Вполне ограниченные множества.
2) Критерий компактности Хаусдорфа .
3) Следствия теоремы Хаусдорфа.

Тема 5: «Критерий компактности в пространствах $C[a,b]$ и L_p»

Практическое занятие №10:

1) Критерий компактности множества в $C(X)$.
2) Критерий компактности множества в пространствах l_p и $L_p(X)$ ($1\leq p \leq \infty$).

Тема 6: «Слабо компактные множества и их свойства»

Практическое занятие №11:

1) Слабо* компактные множества и их свойства.
2) Критерий слабой* компактности множества K E*, где E* - сопряженное пространство (B)-пространства E.

Модуль 2. Ограниченные операторы. Компактные множества

Тема 1: «Компактные операторы и их свойства»

Практическое занятие №12:

1) Компактные операторы.
2) Основные свойства линейных компактных операторов.
3) Примеры линейных компактных операторов.

Тема 2: «Теорема Рисс-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора»

Практическое занятие №13:

1) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в
2) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Линейные уравнения в (В)-пространствах с вполне непрерывными операторами»

Практическое занятие №14:

1) Постановка задачи.
2) Нетеровы операторы.

Практическое занятие №15:

1) Теоремы Фредгольма.
2) Примеры уравнений с вполне непрерывным оператором.

Тема 4: «Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта»

Практическое занятие №16:

1) Эрмитовы операторы.
2) Основные свойства эрмитовых операторов.

Практическое занятие №17:

1) Теорема Гильберта-Шмидта.
2) Операторы Гильберта-Шмидта.

Тема 4: «Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта»

Практическое занятие №18:

3) Интегральные операторы Фредгольма
4) Задача Штурма-Лиувилля.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины функциональный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1) Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982.,
2) Федоров В.М. Курс функционального анализа. С.-П.,М., Краснодар: Лань, 2005.
3)Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
4) Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
5) Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Основы теории меры. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса и его приложения. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2008.
8) Рагимханов Р.К., Насрулаев Ф.С. Основные понятия и факты теории множеств и линейных пространств, используемые в функциональном анализе. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2011.
9) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
10) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Функциональный анализ. Часть I. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2013

Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства $L_b(R^n, R^n)$.
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов $L(H)$, H - гильбертово пространство сходящееся в $L_s(H)$, но не в $L_b(H)$.
3. Найти A^* для $A \in L(R^n, A^n)$.
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве $C_{[a,b]}$.
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.

7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода

$$X(t) = \lambda \int_a^t k(t,s)x(s)ds = y(t),$$

где $K(t,s)$ и $y(t)$ непрерывные функции при $a \le s \le t \le b$.

8. Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.
9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве элементы x и y ортогональны тогда и только тогда, когда $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x+y\|^2$

3. Пусть E - вещественное ЛНП и для любых $x, y \in E$ выполняется равенство параллелограмма:

$$\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\left(\|x\|^2 + \|y\|^2\right).$$

Доказать, что формула

$$(x,y) = \frac{1}{4}\left\{\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2\right\}$$

задает в E скалярное произведение, согласующееся с нормой в E, т.е. такое, что $(x,x) = \|x\|^2$.

10. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	**Виды и содержание самостоятельной работы**
Раздел 1. Интеграл Лебега	
1. Мера Лебега и его свойства	Рефераты на темы: 1Основные классы множеств: кольцо, полукольцо, алгебра множеств. 2. Построение меры Лебега в R^1
2. Измеримые множества и функции	Доклады на темы: 1. Борелевские множества. 2. Различные виды сходимости измеримых функций и связь между ними. 3. Теоремы Лузина и Егорова.
3. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной мере	Доклад на тему: Переход к пределу под знаком интеграла.
4. Теорема Фубини о повторном интеграле	Доклад на тему: Приложения теоремы Фубини.
Раздел 2. Банаховы пространства и вопросы аппроксимации в банаховых пространствах	
1. Метрические пространства	Доклад на тему: Метризационные теоремы.
2. Теорема Хана-Банаха о и отображение двойственности	Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха.
3. Лебеговы пространства и им сопряженные. Сопряженные операторы	Доклад на тему: Рефлексивность лебеговых пространств.
Раздел 3. *Гильбертовы пространства. Преобразование Фурье*	
1. Предгильбертовы и гильбертовы пространства	Реферат на тему: Примеры гильбертовых и предгильбертовых пространств.

	Решение задач и упражнений.
2. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства	Доклад на тему: Теорема о проекции на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве и некоторые его приложения.
3. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве	Доклад на тему: Значение теоремы Рисса об общем виде линейного функционала.
4. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве и изоморфизм гильбертовых пространств	Доклад на тему: Ряды Фурье по различным ортонормированным полным системам в гильбертовом пространстве.
5. Преобразование Фурье и теорема Планшереля	Доклад на тему: Свойства преобразования Фурье.
Раздел 4. Пространства сходимости. Обобщенные функции	
1. Линейные пространства сходимости и им сопряженные	Доклад на тему: Локально выпуклые пространства.
2. Обобщенные функции	Решение задач и упражнений.
Раздел 5. Ограниченные операторы. Компактные множества	
1. Теорема Бэра о категориях и принцип равномерной ограниченности	Решение задач и упражнений.
2. Сильная и слабая сходимость.	Доклад на тему: Смысл сильной и слабой сходимостей в конкретных банаховых пространствах
3. Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике. Спектр ограниченного оператора	Реферат на тему: Приложения теоремы об обратном операторе
4. Компактные множества. Критериий компактности Хаусдорфа и ее следствия.	Доклад на тему: Критерии компактности в некоторых классических пространствах функционального анализа.
5. Критерий компактности в пространствах C[a,b] и L_p	Решение задач и упражнений
6. Слабо компактные множества и их свойства	Доклад на тему: Описание слабо компактных множеств в конкретных банаховых пространствах.
Раздел 6. Компактные операторы. Линейные операторные уравнения в банаховых пространствах с вполне непрерывными операторами	
1. Компактные операторы и их свойства	Решение задач и упражнений.
2.Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора.	Доклад на тему: Разбиение спектра ограниченного оператора.
3.Линейные операторные уравнения в (B)-пространстве с вполне непрерывными операторами.	Доклад на тему: Примеры уравнений, сводимых к операторному уравнению в (B)-пространстве с вполне непрерывными оператормаи.
4.Свойства эрмитовых операторов и теорема Гильберта-Шмидта.	Доклад на тему: Операторы Гильберта-Шмидта.
5.Интегральные операторы Фредгольма и задачаШтурма-Лиувилля	Доклад на тему: Краевые задачи математической физики, сводимые к изучению интегральных операторов Фредгольма..

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедураоценивания

ОПК-1	Знать: фундаментальные понятия функционального анализа (банаховы и гильбертовы пространства, ограниченные операторы, норма оператора и др.) Уметь: доказывать основные свойства линейно нормированных пространств и линейных операторов в них. Владеть:основными приемами и методами функционального анализа	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-3	Знать: банаховы и гильбертовы пространства, основные три принципа линейного функционального анализа, лебеговы пространства, вполне непрерывные операторы Уметь: устанавливать ограниченность операторов, находить их нормы. Владеть:типичными методами установления свойств линейных операторов	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-1	Знать: банаховы и гильбертовы пространства, основные три принципа линейного функционального анализа, лебеговы пространства, вполне непрерывные операторы Уметь: строго доказать теоремы на основе анализа увидеть и корректировать результат. Владеть: методами доказательства полноты, сепарабельности классических пространств функционального анализа; методами вычисления нормы и спектра операторов	Контрольная работа
ПК-2	Знать: классические функциональные пространства; функционально аналитические постановки задач из теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных Уметь: формулировать и доказывать различные свойства дифференциальных уравнений (существование, единственность и непрерывная зависимость решений уравнений) в терминах свойств соответствующих операторов Владеть: стандартными методами и приемами анализа линейных и нелинейных операторов	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-4	Знать: формулировки основных теорем функционального анализа. Уметь: доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем функционального анализа путем построения соответствующих контпимеров Владеть:достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-6	Знать: точные определения основных понятий и четкие формулировки теорем функционального анализа. Уметь:давать геометрическую или	Контрольная работа

	естественнонаучную интерпретацию различным теоремам и конструкциям функционального анализа Владеть: методами построения функционально аналитиских моделей различных процессов и явлений.	

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: фундаментальные понятия функционального анализа (банаховы и гильбертовы пространства, ограниченные операторы, норма оператора и др.) Уметь: доказывать основные свойства линейно нормированных пространств и линейных операторов в них. Владеть:основными приемами и методами функционального анализа	Допускает неточности в определениях и формулировках основных теорем функционального анализа. Решает несложные задачи на установление того, что данная функция является метрикой, нормой или скалярным произведением	Демонстрирует знание определений фундаментальных понятий, формулирует основные теоремы функционального анализа. Может решить типичные задачи на определении полноты и сепарабельности метрических пространств, может устанавливать ограниченность простых линейных операторов	Показывает знание строгих определений фундаментальных понятий и формулировок основных теорем функционального анализа. Может решить задачи разного уровня сложности установлению основных свойств линейно нормированных пространств и линейных операторов, действующих в них

ОПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способность демонстрировать общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий связанных с прикладной математикой и информатикой »

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа Уметь: видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики Владеть: методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач	Знает формулировки основных теорем функционального анализа. Допускает незначительные неточности в определениях. Знает ход решения основных задач, но допускает при их решении незначительные ошибки.	Демонстрирует знание основных понятий, формулирует основные теоремы функционального анализа. Может решить типичные задачи на определении полноты и сепарабельности метрических пространств, может устанавливать ограниченность простых линейных операторов	Показывает знание строгих определений фундаментальных понятий и формулировок основных теорем функционального анализа. Видит связи идей функционального анализа с другими разделами математики и уверенно решает задачи разного уровня сложности.

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность демонстрировать общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий связанных с прикладной математикой и информатикой»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	Знать: три основных принципа линейного функционального анализа Уметь:применять основные теоремы и положения функционального анализа для решения прикладных задач Владеть:навыками работы с основными функциональными пространствами и навыками установления основных свойств операторов в них	Допускает неточности в формулировках трех основных принципов функционального анализа. С неточностями может применять функционально аналитические методы для решения прикладных задач. Знает основные функциональные пространства, применяемые в анализе.	Демонстрирует знание три основных принципа функционального анализа. Знает основные следствия этих теорем, но с некоторыми неточностями. Знает классические функциональные пространства и их основные свойства.	Показывает знание трех основных принципов функционального анализа и их следствия вмести со строгими их доказательствами.З нает классические функциональные пространства анализа, их свойства и умеет доказывать их.

ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: классические функциональные пространства; функционально аналитические постановки задач из теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных Уметь: формулировать и доказывать различные свойства дифференциальных уравнений (существование, единственность и непрерывная зависимость решений уравнений) в терминах свойств соответствующих операторов Владеть: стандартными методами и приемами анализа линейных и нелинейных операторов	Допускает неточности в определении классических функциональных пространств и их свойств. С неточностями моожет ставить функционально аналитические постановки задач из теории дифференциальных уравнений и уравннений в частных производных. С недочетами владеет стандартными методами анализа линейных и нелинейных операторов.	Демонстрирует знание классических функциональных пространств и умеет корректно ставить функционально аналитические формулировки задач из теории дифференциальны х уравнений и уравнений в частных производных. Знает общую схему функционально анализа таких задач.	Показывает четкое знание классических функциональных пространств; умеет корректно и полно ставить краевые задачи для дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных на языке функционального анализа. Знает приемы и методы анализа таких задач.

ПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью публично представлять собственные и известные научные результаты»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: формулировки основных теорем функционального анализа. Уметь: доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем функционального анализа путем построения соответствующих контпимеров Владеть:достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	Формулирует основные теоремы функционального анализа. Допускает неточности при анализе исходных условий этих теорем.	Знает формулировки основных теорем функционального анализа. Достаточно активное участие принимает при коллективном анализе исходных условий этих теорем.	Знает строгие формулировки основных теорем функционального анализа. Может дать полный анализ исходных условий этих теорем. Написал реферат или сделал доклад по тематике современных вопросов функционального анализа

ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	Знать: точные определения основных понятий и четкие формулировки теорем функционального анализа. Уметь:давать геометрическую или естественнонаучную интерпретацию различным теоремам и конструкциям функционального анализа Владеть: методами построения функционально аналитиских моделей различных процессов и явлений.	Формулирует основные понятия и теоремы функционального анализа. Допускает неточности при анализе исходных условий этих теорем. Неуверенно дает геометрическую и естественнонаучную интерпретацию понятиям, теоремам и конструкциям ФАН.	Знает точные определения и формулировки теорем функционального анализа. Знает некоторые физические и геометрические интерпретации понятий и теорем функционального анализа.	Знает точные определения и формулировки основных теорем функционального анализа. Хорошо знает основные геометрические и физические интерпретации понятий и теорем функционального анализа. Написал реферат или сделал доклад по тематике приложения функционального анализа к различным задачам естествознания.

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

7.3.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$, их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тождество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.

16. Универсальность пространства $C_{[0,1]}$.

7.3.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Какие из следующих утверждений справедливы для операции Δ симметрической разности

a. $A\Delta B \subset (A\Delta C)\cup(C\cup B)$

b. $A\Delta B \subset (A\Delta C)\not\subset(C\cup B)$

c. $A\Delta B \supset (A\Delta C)\not\subset(C\cup B)$

d. $A\Delta B \subset (A\cap C)\not\subset(C\cup B)$

2. Пусть $A, B\in 2^X$ и $(A_n)_{n=1}^{\infty}\subset 2^X$ - данная последовательность, χ_E – характеристическая функция множества $E\subset X$. Верно ли следующее предложение?

a. $(A=\lim\limits_{n\to\infty} A_n)\Leftrightarrow(\chi_A\ (x)=\lim\limits_{n\to\infty}\chi_{A_n}(x))$

b. $\chi_{A\Delta B}(x)\neq|\chi_A(x)-\chi_B(x)|$

c. $\chi_{\underline{\lim} A_n}(x)\neq\lim\limits_{n\to\infty}\inf\ \chi_{A_n}(x)$

d. $\chi_{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\, A_n}(x)\neq\lim\limits_{n\to\infty}\sup\chi_{A_n}(x)$

3. Пусть $f: X\to Y$ произвольное отображение и $A_t\in 2^X$, $B_t\in Y$ где $t\in T$ и T - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относятся к образам и прообразам множеств?

a. $f(\bigcup\limits_t A_t)=\bigcup\limits_t f(A_t)$

b. $f(\bigcap\limits_t A_t)=\bigcup\limits_t f(A_t)$

c. $f(A_1)\setminus f(A_2)\not\subset f(A_1\setminus A_2)$

d. $f^{-1}(\bigcup\limits_t B_t)\neq\bigcup\limits_t f^{-1}(B_t)$

4. Пусть $f: X\to Y$ произвольное отображение X в Y,
$g, h: Y\to X$ - данные отображения, а $f(x)=y$,(*)- данное уравнение. Какое из следующих уравнений верное?

a. Если уравнение (*) имеет решение и $g_0 f = I_x$, то это решение единственно;

b. Если $g_0 f = I_Y$, то уравнение (*) имеет, по крайней мере одно решение

c. Если f имеет обратное отображение, то уравнение (*) имеет решение, но не единственное.

d. $f(X)\in Y$

5. Пусть X - множество прямых l плоскости и пусть $l_1\equiv l_2(\operatorname{mod} R_a)$ означает, что $l_1\parallel l_2$, $l_1\equiv l_2(\operatorname{mod} R_b)$, означает, что $l_1\perp l_2$.

Какие из следующих высказываний верны?

a. $X \mid R_a$ - можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящий через фиксированную точку плоскости

b. R_a - отношение эквивалентности в X

c. R_b - не является отношением эквивалентности в X

d. R_a и R_b - отношение эквивалентности в X

6.Пусть X - произвольное множество, R - отношение эквивалентности в X

Найдите из следующих предложений верное:

a. Всякое разбиение X соответствует некоторому отношению эквивалентности R в X.

b. Элементы $X \mid R$ образует разбиение

c.Элементы $X \mid R$ не образует разбиение

d. Не всякое разбиение X определяет некоторое отношение эквивалентности R в X.

7. Какое из следующих предложений верно?

a. $(N,\le)$ (множество натуральных чисел с естественным порядком)

b. $(G,<)$ (множество всех окрестностей фиксированной точки $x \in R^n$, упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.

c.Пусть $x \in R^n$ произвольная точка и Λ - множество интервалов I, содержащий точку x с отношением порядка L: «$I_1 < I_2$ означает $I_1 \supset I_2$» $(\Lambda,<)$ не является направленным множеством

d. Множество N нельзя упорядочить

8. В метрическом пространстве (E,ρ), где $\rho(x,y)=\begin{cases} o\, при\, x=y \\ 1\ при\, x \ne y \end{cases}$, какое из следующих предложений верно?

a. Любое подмножество в E одновременно и открыто и замкнуто

b. Одноточечное множество не открыто.

c. Все множества открыты

d. одноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?

a. $\forall p \in [1,+\infty]: (K^n, \rho_\rho)$- метрическое пространство

b. $\forall p \in [1,+\infty]$: сходимость в (K^n, ρ_ρ)- эквивалентна равномерной по координатной сходимости.

c. $p \ne 2$

d. $p = \pi$

10.Какому условию должна удовлетворяться определенная на R непрерывная функция $u = f(u)$, чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства $\rho(x,y) =\mid f(x) - f(y) \mid$?

a. f − монотонная и $f(R) = R$

b. $f = const$

c f − непрерывна на R

d. f −разрывна

11.Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R,$ где $n \in N,$ $K = R$ или C и

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1,+\infty) : (K^n, \rho_p)$ метрическое пространство

b. $\forall p \in [1,+\infty)$ метрическое пространство

c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

12. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R,$ где $n \in N,$ $K = R$ или C и

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$ сходимость в (K^n, ρ_p) эквивалентна равномерной по координатной сходимости

b.Любое ограниченное множество в (K^n, ρ_p)вполне ограниченно, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.

c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

13. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство

b. Из сходимости в (l_p, ρ_p) при $p \in [1,+\infty)$ следует покоординатная сходимость

c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство

d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

14. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ }если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство

b. Сходимость в (l_∞, ρ_∞) совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при $p \in [1,+\infty)$ следует покоординатная сходимостью

c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство

d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

15. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ }если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. (l_p, ρ_p) полное метрическое пространство при $p \in [1,+\infty)$

b. (l_∞, ρ_∞) не является сепарабельным метрическим пространством

c. (l_∞, ρ_∞) является сепарабельным метрическим пространством

d. (l_p, ρ_p) неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

a. Любое ограниченное множество в (l_∞, ρ_∞) вполне ограничено

b. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1,+\infty)$ некомпактны

c. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1,+\infty)$ компактны

d. Любое ограниченное множество в (l_p, ρ_p) при $p \in [1,+\infty)$ вполне ограниченно

17. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$, где

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ }если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. $l_p \subset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$

b. $l_\infty \supset l_1$

c. $l_p \supset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$

d. $l_p \not\subset l_q$ и $l_q \not\subset l_p$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$

18. Пусть $s = \{f \mid f : N \to R\}$ и фикция $\rho : s \times s \to R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a. (s, ρ)-компактное пространство

b. Сходимость в (s, ρ) равномерная покоординатная

c. (s, ρ) - полное пространство

d. (s, ρ) - сепарабельное пространство

19. Пусть $s = \{f \mid f : N \to R\}$ и фикция $\rho : s \times s \to R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a. На (s, ρ) можно задать норму так, что $\rho(x, y) = \| x - y \|$

b. Любое множество в (s, ρ) предкомпактное

c. (s, ρ) - линейное метрическое пространство

d. Сходимость в s по координатная

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

a. В любом метрическом пространстве замыкание шара $\overline{B(x, r)}$ лежит в замкнутом шаре $\overline{B}(x, r)$.

b. В любом метрическом пространством E для любого $r > 0$ выполняется неравенство $0 \le diamB(x, r) \le 2r$.

c. $diamB(x, r) \ge 3r$

d. $diamB(x, r) = 0$.

7.3.1. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.

8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве $L_p(p \in (1,+\infty))$. Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве
11. Теорема об ограниченной обратимости оператора $\mathrm{I}+\mathrm{A}$.
12. Ортогональное разложение гильбертово пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора $B = A + \Delta,$ где $A, \Delta A \in L_b(E, F).$
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.
20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.
21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

7.3.2. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стилтьеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.

16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в R^n.
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (B)-пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов L(E,F) и его полнота.
21. Изоморфизм (B)-пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B)-пространствах.
23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала $f \in \left(C_{([a,b])}\right)^*$.
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$) и их свойства.
30. Сопряженное пространство $L_p^*(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
34. Всюду плотные множества в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$), аппроксимация гладкими функциями.
35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в $L_1(R^n)$, формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$, теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций D(Rn) и обобщенный функций D´(Rn), Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство E´(Rn).
48. Свойства пространства E´(Rn), регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца J´(Rn) и преобразование Фурье в J´(Rn).
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.

54. Слабая* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в C(X).
61. Критерий компактности множества в пространствах lp и Lp(X) ($1\leq p \leq \infty$).
62. Слабо* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой* компактности множества
64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в (B)-пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* М.: Наука, 1981.
2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа.* М.: Высшая школа, 1982.
3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ.* М.: Наука, 1977.
4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5 Садовничий В.А. Теория операторов 5-ое издание 2004 г.
6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.

7 Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Дополнительная

8 Иосида К. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1967.
9 Рудин У. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1975.
10 Федоров В.М. *Курс функционального анализа*. С.-П.,М.,Краснодар: Лань, 2005.
11 Хелемский А.Я. *Лекции по функциональному анализу*. М.: МЦИМО, 2004.
12 Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
13 Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н. и др. Действительный анализ в задачах ФИЗМАТЛИТ 2005 416 стр.

Задачники

1) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа.М.:Наука, 1988.
2) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.
4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» ,Наука, 2002
5) Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	**Студентам:** - запустить установленный у Вас математический паке выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; **Преподавателям:** - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. **Всем заинтересованным пользователям:** **1.** – можно ознакомиться с примерами применени математических пакетов в образовательном процессе. **2.** – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемы программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и

			другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по функциональному анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Дисциплин «Функциональный анализ» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими бакалаврами. Специфика дисциплинs состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;

2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;

3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;

4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;

5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;

6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.
Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а
именно:
а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного
отношения к работе;
в) воспитание критического отношения к своей деятельности,
умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения,
находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* М.: Наука, 1981.
2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа.* М.: Высшая школа, 1982.
3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ.* М.: Наука, 1977.
4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5 Садовничий В.А. Теория операторов 5-ое издание 2004 г.
6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
7 Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Дерр В. Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения». – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросами для самопроверки
Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по функциональному анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.
При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные

проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.
В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.