

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.01 - Математика

Профили подготовки

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения


очная


Статус дисциплины: базовая


Махачкала – 2017

Рабочая программа по дисциплине «Алгебра» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01**
- **Математика** (уровень бакалавриат)
Приказ Минобрнауки России от 12.03.2015 №228

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,
Ашурбеков Казим Джафарович, к. ф.-м. н., доцент,
Насрулаев Фажрудин Саидович, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от 26 февраля 2017 г., протокол № .
Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 3 марта 2017 г., протокол №2.
Председатель  Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением 5 марта 2017 г. 

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Алгебра» входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **01.03.01 – Математика**.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-9, ПК-10**.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена**.

Объем дисциплины 14 зачетных единиц, в том числе в 504 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					консу льтации		
Все го	Лекц ии	Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консу льтации		экзамен	
1	180	36	-	38	-	-	106	экзамен
2	144	34	-	34	-	-	76	экзамен
3	180	32	-	36	-	-	112	экзамен

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины Алгебра являются: овладение конкретными знаниями, фактами из высшей алгебры, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования; интеллектуальное развитие студентов, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для продуктивной жизни в обществе; формирование представлений об идеях и методах алгебры, об алгебре как форме описания и методе познания действительности; формирование представлений об алгебре как части общечеловеческой культуры, понимание значимости алгебры для общественного прогресса; выработать у студентов навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий и задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования; развить умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Учебная дисциплина «Алгебра» входит в цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин; освоение дисциплины не требует никакой предварительной математической подготовки, помимо школьного курса алгебры и начал анализа; данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин: Аналитическая геометрия, Математический анализ, Функциональный анализ, Дифференциальная геометрия и топология, Дифференциальные уравнения, Дискретная математика и математическая логика, Теория чисел, Методы оптимизации и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	<p>готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать: основные определения и теоремы курса алгебры. Уметь: применять полученные знания для решения задач по алгебре. Владеть: методами вычисления определителей n-го порядка, решения систем линейных уравнений, матричными методами алгебры, методами приведения квадратичных форм к каноническому виду и др.</p>
ОПК-3	<p>способность к самостоятельной научно-исследовательской работе .</p>	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою. Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как</p>

ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .	<p>математический анализ, дифференциальные уравнения и других.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики</p> <p>Знать: основные определения и теоремы алгебры.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач по алгебре.</p> <p>Владеть: методами вычисления определителей, матричными методами алгебры, методами приведения квадратичных форм к каноническому виду.</p>
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .	<p>Знать: основные направления развития алгебры, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения матричной теории для решения разнообразных задач алгебры.</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.</p>
ПК-9	способностью к организации учебной деятельности в конкретной предметной области (математика,	<p>Знать: каким образом донести полученные знания по алгебре до широкой ученической аудитории.</p> <p>Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств,</p>

	физика, информатика).	<p>личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>
ПК-10	способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях .	<p>Знать: основные направления приложения алгебры в смежных дисциплинах.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения матричной теории для решения разнообразных задач алгебры.</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет **14 зачетных единиц, 504 академических часов.**

4.2. Структура и содержание дисциплины

№	Раздел дисциплины	Се м.	Всего	Виды учебной работы			Подгот. к экзамену	Формы текущ. контр. успеv. Форма промеж. аттестации
				лек.	пр. зан.	сам. раб.		
	Модуль 1. Комплексные числа, матрицы и определители.	1						
1	Раздел 1. Комплексные числа		36	9	9	18		
2	1.Обоснование комплексных чисел.		8	2	2	4		к/р КОЛЛ.

	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел.							
3	2. Возведение в степень и извлечение корня n-й степени. Формула Муавра.		8	2	2	4		к/р колл
4	3. Корни из 1. Первообразные корни из 1.		8	2	2	4		к/р колл
5	4. Вычисления сумм и произведений с помощью комплексных чисел.		8	2	2	4		к/р колл
6	5. Решение уравнений 3-й и 4-й степени. Формула Кардано. Метод Феррари.		4	1	1	2		к/р колл
7	Раздел 2. Матрицы и определители.		36	9	9	18		
8	1. Матрицы и действия над ними.		8	2	2	4		к/р колл.
9	2. Определители 2-го и 3-го порядка. Определители n-го порядка. Свойства.		8	2	2	4		к/р колл
10	3. Перестановки и подстановки.		8	2	2	4		к/р колл
11	4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.		12	3	3	6		к/р колл
12	Раздел 3. Методы вычисления определителей		36	9	9	18		
13	5. Определитель треугольной матрицы Вандермонда. Определитель произведения матриц. Обратная матрицы.		16	4	4	8		к/р колл
14	6. Подобные матрицы. Характеристический многочлен матрицы.		20	5	5	10		
	Модуль 2. Системы линейных уравнений							
15	Раздел 4. Системы линейных уравнений.		36	9	11	16		
16	1. Системы линейных уравнений (совместная, несовместная, определенная, однородная,		7	2	2	3		к/р колл

	неоднородная).							
17	2. Метод Гаусса. Правило Крамера.		7	2	2	3		к/р колл
18	3. n-мерное векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Основная теорема линейной независимости векторов		7	2	2	3		к/р колл
19	4. Ранг матрицы. Ранг произведения матриц.		7	2	2	3		к/р колл
20	5. Теорема Кронекера-Капелли.		8	1	3	4		к/р колл
	Подготовка к экзамену		36				36	экзамен
	Итого за 1 семестр	1	180	36	38	70	36	
	Модуль 3. Многочлены. Квадратичные формы.	2						
	Раздел 5. Многочлены.		36	10	10	16		
21	1. Многочлены. Операции над ними. Теорема о делении с остатков.		7	2	2	3		к/р колл
22	2. Свойства делимости. НОД. Алгоритм Евклида. Представление НОД.		7	2	2	3		к/р колл
23	3. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера.		7	2	2	3		к/р колл
24	4. Основная теорема алгебры. Действительные корни с действительными коэффициентами. Оценка Маклорена.		7	2	2	3		к/р колл
25	5. Построение ряда Штурма. Теорема Штурма. Симметрические многочлены. Степенные суммы.		8	2	2	4		к/р колл
26	Раздел 6. Квадратичные формы.		36	12	12	12		
27	1. Линейные преобразования неизвестных. Произведение преобразований.		6	2	2	2		к/р колл
28	2. Матрица квадратичной формы. Квадратичная форма и ее ранг.		6	2	2	2		к/р колл
29	3. Нормальный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа		10	4	4	2		к/р колл

	приведения к каноническому виду.							
30	4. Закон инерции. Сигнатура квадратичной формы. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра		6	2	2	2		к/р колл
31	5. Приведение квадратичной формы ортогональным преобразованием к каноническому виду.		8	2	2	4		к/р колл
	Модуль 4. Понятие группы, кольцо и поле.							
32	Раздел 7. Понятие группы, кольцо и поле.		36	12	12	12		
33	1. Группа, подгруппа. Циклическая группа. Примеры.		6	2	2	2		к/р колл
34	2. Нормальные делители, фактор-группа, гомоморфизм. Теоремы о гомоморфизмах групп.		6	2	2	2		к/р колл
35	3. Действия групп на множествах. Коммутант, централизатор, нормализатор.		6	2	2	2		к/р колл
36	4. Кольцо. Кольцо классов вычетов. Кольцо многочленов.		6	2	2	2		к/р колл
37	5. Идеалы колец и фактор-кольцо. Теоремы об изоморфизме колец.		6	2	2	2		к/р колл
38	6. Поле. Характеристика поля. Примеры.		6	2	2	2		к/р колл
	Подготовка к экзамену		36				36	экзамен
	Итого за 2 семестр	2	144	34	34	40	36	
	Модуль 5. Линейные пространства.	3						
39	Раздел 8. Линейные пространства.		36	9	9	18		
40	1. Линейные пространства. Примеры. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.		7	2	2	3		к/р колл
41	2. Базис и размерность линейного пространства.		5	1	1	3		к/р колл
42	3. Подпространства линейного пространства как линейная оболочка		5	1	1	3		к/р колл

	системы векторов.						
43	4. Базис системы векторов. Сумма и пересечение подпространств.		5	1	1	3	к/р колл
44	5. Формула Грассмана. Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств.		7	2	2	3	к/р колл
45	6. Прямые суммы подпространств. Матрица перехода. Связь между координатами вектора в разных базисах.		7	2	2	3	к/р колл
46	Раздел 9. Евклидовы и унитарные пространства.		36	9	9	18	
47	1. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры. Скалярное произведение. Матрица Грамма.		8	2	2	4	к/р колл
48	2. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.		6	1	1	4	к/р колл
49	3. Ортогональные системы векторов. Биортогональные системы. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.		8	2	2	4	к/р колл
50	4. Ортогональные подпространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нахождение базиса ортогонального дополнения.		6	2	2	2	к/р колл
51	5. Ортогональное проектирование. Угол между вектором и подпространством, угол между двумя подпространствами.		8	2	2	4	к/р колл
	Модуль 6. Линейные отображения и преобразования.						
52	Раздел 10. Линейные отображения и преобразования.		36	9	9	18	

53	1. Основные свойства линейных отображений и преобразований. Преобразование базиса. Матрица перехода. Связь между координатами вектора в разных базисах.		8	2	2	4		к/р колл
54	2. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе.		8	2	2	4		к/р колл
55	3. Симметрический оператор. Его матрица в ортонормированном базисе. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов симметрического оператора. Положительно определенный симметрический оператор		10	2	2	6		к/р колл
56	4. Ортогональный оператор. Примеры. Матрица ортогонального оператора в ортонормированном базисе. Канонический вид ортогонального оператора.		10	3	3	4		к/р колл
57	Раздел 11. Тензоры.		36	5	9	22		
58	1. Основные понятия. Операции с тензорами.		11	2	3	6		к/р колл
59	2. Тензоры в евклидовом пространстве.		11	2	3	6		к/р колл
60	3. Поливекторы и внешние формы.		14	1	3	10		к/р колл
	Подготовка к экзамену		36				36	экзамен
	Итого за 3-й семестр	3	180	32	36	76	36	
	ИТОГО:		504	102	108	186	108	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Комплексные числа. Матрицы и определители.

Тема 1. Комплексные числа.

Обоснование комплексных чисел. Комплексные числа, операции над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -й степени. Корни из единицы. Вычисление сумм и произведений с помощью комплексных чисел. Решение уравнений 3-й и 4-й степени.

Тема 2. Матрицы и определители

Матрицы и операции над ними. Определители 2-го и 3-го порядков. Перестановки и подстановки. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей n -го порядка. Определитель произведения матриц. Обратная матрица. Нахождение обратной методом Гаусса.

Модуль 2. Системы линейных уравнений.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Основные понятия. Системы линейных уравнений (совместная, несовместная, определенная, однородная, неоднородная). Метод Гаусса. Правило Крамера. n -мерное векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Ранг матрицы. Ранг произведения матриц. Теорема Кронекера-Капелли.

Модуль 3. Многочлены. Квадратичные формы.

Тема 4. Многочлены.

Многочлены. Операции над многочленами. Делители. Свойства делителей. НОД, алгоритм Евклида. Корни многочленов. теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Основная теорема алгебры. Следствия из основной теоремы. Формулы Виста. Многочлены от нескольких неизвестных. Теорема Штурма. Оценка Маклорена.

Тема 5. Квадратичные формы.

Линейные преобразования неизвестных. Произведение преобразований.
Квадратичная форма и ее ранг. Канонический вид квадратичной формы. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции. Сигнатура квадратичной формы.
Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

Модуль 4. Элементы теории групп. Кольцо и поле.

Тема 6. Понятие группы, кольца и поля.

Группа, подгруппа. Циклическая группа. Примеры. Нормальные делители, фактор-группа, гомоморфизм. Смежные классы по подгруппе. теорема Лагранжа. Морфизмы групп. Теорема Кэли. Кольцо. Сравнения. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизмы колец. Основная теорема о гомоморфизмах колец. Действие группы на множествах. Примеры действий группы на множествах. Общие теоремы о гомоморфизмах групп. Основная теорема о гомоморфизмах. Разрешимые группы. Простые группы. Поле. Характеристика поля. Поле колец чисел.

Модуль 5. Линейные пространства.

Тема 7. Линейные пространства.

Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
Изоморфизм. Базис и размерность. Сумма и пересечение подпространств. Способы задания подпространств. базис системы векторов. Прямые суммы. Матрица перехода. Связь между координатами вектора в разных базисах.

Тема 8. Евклидовы и унитарные пространства.

Скалярное произведение. Матрица Грама. Ортогональные системы векторов.
Биортогональное проектирование. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

Модуль 6. Линейные отображения и преобразования.

Тема 9. Линейные отображения и преобразования.

Основные свойства линейных отображений и преобразований. Инвариантные подпространства, собственные векторы и собственные значения линейных преобразований. Сопряженное преобразование. Самосопряженные преобразования. Ортогональные и унитарные преобразования.

Тема 10. Тензоры.

Основные понятия. Алгебраические операции с тензорами. тензоры в евклидовом пространстве. Поливекторы и внешние формы.

2. 3. Темы практических занятий

Раздел I. Комплексные числа.

Тема 1. Комплексные числа и действия над ними.

Вопросы к теме:

- 1. Действия над комплексными числами и их свойства.*
- 2. Алгебраическая форма комплексных чисел.*
- 3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.*

Тема 2. Возведение в степень и извлечение корня n-й степени. Формула Муавра.

Вопросы к теме:

- 1. n-я степень комплексного числа в тригонометрической форме..*
- 2. Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической форме.*
- 3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.*

Тема 3. Корни из 1. Первообразные корни из 1.

Вопросы к теме:

- 1. Корни из 1. Свойства корней из 1.*
- 2. Первообразные корни из 1.*
- 3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.*

Тема 4. Вычисления сумм и произведений с помощью комплексных чисел.

Вопросы к теме:

1. Сумма тригонометрических функций кратного угла.
2. Выражение степени тригонометрических функций через тригонометрические функции кратных углов.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 5. Решение уравнений третьей и четвертой степени.

Вопросы к теме:

1. Формула Кардано.
2. Метод Феррари.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Раздел II. Матрицы и определители

Тема 6. Матрицы и действия над ними.

Вопросы к теме:

1. Действия над матрицами и их свойства
2. Матрицы специального вида.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Тема 7. Определители n-го порядка.

Вопросы к теме:

1. Определители второго и третьего порядка.
2. Методы вычисления определителей n-го порядка.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Тема 8. Перестановки и подстановки.

Вопросы к теме:

1. Перестановки и их свойства.
2. Подстановки и их свойства.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Тема 9. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

Вопросы к теме:

1. Миноры и алгебраические дополнения.
2. Теорема Лапласа и ее приложение.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Тема 10. Определители матриц специального вида.

Вопросы к теме:

1. *Определитель треугольной матрицы.*
2. *Определитель матрицы Вандермонда.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 11. Подобные матрицы. Характеристический многочлен.

Вопросы к теме:

1. *Подобные матрицы и матрицы специального вида.*
2. *Характеристический многочлен.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Раздел III. Системы линейных уравнений.

Тема 12. Системы линейных уравнений.

Вопросы к теме:

1. *Совместные, несовместные, определенные, однородные, неоднородные системы.*
2. *Основные понятия и определения.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 13. Методы решения систем.

Вопросы к теме:

1. *Метод Гаусса.*
2. *Правило Крамера.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 14. n -мерное векторное пространство.

Вопросы к теме:

1. *Линейная зависимость векторов.*
2. *Определение линейной зависимости системы векторов.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 15. Ранг матрицы.

Вопросы к теме:

1. *Ранг системы столбцов и системы строк.*
2. *Ранг произведения матриц.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 16. Теорема Кронекера-Капелли.

Вопросы к теме:

1. Совместность и несовместность системы.
2. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Раздел IV. Многочлены.

Тема 17. Многочлены и операции над ними.

Вопросы к теме:

1. Действия над многочленами и их свойства.
2. Деление и теорема о делении с остатком.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 18. Свойства делимости.

Вопросы к теме:

1. НОД. Алгоритм Евклида.
2. Представление НОД.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 19. Взаимно простые многочлены.

Вопросы к теме:

1. Свойства взаимно простых многочленов.
2. Теорема Безу. Схема Горнера.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 20. Основная теорема алгебры.

Вопросы к теме:

1. Действительные корни и действительными коэффициентами.
2. Оценка Маклорена.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 21. Теорема Штурма.

Вопросы к теме:

1. Построение ряда Штурма.
2. Симметрические многочлены. Степенные ряды.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Раздел V. Квадратичные формы.

Тема 22. Линейные преобразования неизвестных.

Вопросы к теме:

1. *Линейные преобразования неизвестных.*
2. *Произведение преобразований.*
3. *Решение задач из [5] (основная литература) по теме.*

Тема 23. Квадратичная форма и ее ранг.

Вопросы к теме:

1. *Матрица квадратичной формы.*
2. *Квадратичная форма и ее ранг.*
3. *Решение задач из [5] (основная литература) по теме.*

Тема 24. Нормальный вид квадратичной формы.

Вопросы к теме:

1. *Нормальный вид квадратичной формы.*
2. *Метод Лагранжа приведения к каноническому виду.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 25. Знакоопределенность квадратичной формы.

Вопросы к теме:

1. *Закон инерции. Сигнатура квадратичной формы.*
2. *Критерий Сильвестра.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Тема 26. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

Вопросы к теме:

1. *Метод Якоби приведения к каноническому виду.*
2. *Приведение ортогональным преобразованием к каноническому виду.*
3. *Решение задач из [4] (основная литература) по теме.*

Раздел VI. Элементы теории групп. Кольцо и поле.

Тема 27. Группа, подгруппа.

Вопросы к теме:

1. *Группа, подгруппа, полугруппа. Примеры.*
2. *Циклическая группа. Примеры.*
3. *Решение задач из [4] и [5] (основная литература) по теме.*

Тема 28. Нормальные делители.

Вопросы к теме:

1. Нормальные делители, фактор группа.
2. Теоремы о гомоморфизмах групп в примерах.
3. Решение задач из [6] (основная литература) по теме.

Тема 29. Действия групп на множествах.

Вопросы к теме:

1. Действия групп на множествах в примерах.
2. Коммутант, централизатор, нормализатор.
3. Решение задач из [6] (основная литература) по теме.

Тема 30. Кольцо.

Вопросы к теме:

1. Кольцо классов вычетов. Примеры.
2. Кольцо многочленов.
3. Решение задач из [4] (основная литература) по теме.

Тема 31. Идеалы колец

Вопросы к теме:

1. Фактор кольцо. Примеры
2. Теоремы об изоморфизме колец. Примеры.
3. Решение задач из [4], [5] (основная литература) по теме.

Тема 32. Поле.

Вопросы к теме:

1. Поле. Примеры
2. Характеристика поля. Примеры.
3. Решение задач из [5], [6] (основная литература) по теме.

Раздел VII. Линейные пространства.

Тема 33. Линейные пространства.

Вопросы к теме:

1. Линейные пространства. Примеры.
2. Линейно зависимые и независимые системы векторов.
3. Решение задач из [5] (основная литература) по теме.

Тема 34. Подпространства линейного пространства.

Вопросы к теме:

1. *Базис и размерность линейного пространства.*
2. *Подпространства. Примеры.*
3. *Решение задач из [4], [5] (основная литература) по теме.*

Тема 35. Сумма и пересечение подпространств.

Вопросы к теме:

1. *Сумма и пересечение подпространств. Примеры.*
2. *Формула Грассмана. Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств.*

Тема 36. Прямые суммы подпространств.

Вопросы к теме:

1. *Матрица перехода.*
2. *Связь между координатами вектора в разных базисах.*
3. *Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.*

Раздел VIII. Евклидовы и унитарные пространства.

Тема 37. Евклидовы и унитарные пространства.

Вопросы к теме:

1. *Примеры евклидовых и унитарных пространств.*
2. *Скалярное произведение и его свойства. Матрица Грама.*
3. *Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.*

Тема 38. Неравенство Коши-Буняковского.

Вопросы к теме:

1. *Неравенство Коши – Буняковского и его применение.*
2. *Неравенство треугольника.*
3. *Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.*

Тема 39. Ортогональные системы векторов.

Вопросы к теме:

1. *Ортогональные и биортогональные системы.*
2. *Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта.*
3. *Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.*

Тема 40. Ортогональные подпространства.

Вопросы к теме:

1. Ортогональные подпространства. Примеры.
2. Ортогональное заполнение подпространства. Нахождение базиса ортогонального заполнения.
3. Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.

Раздел IX. Линейные отображения (операторы) и преобразования.

Тема 41. Линейные преобразования и отображения.

Вопросы к теме:

1. Преобразование базиса. Матрица перехода.
2. Связь между координатами вектора в разных базисах.
3. Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.

Тема 42. Линейные операторы в евклидовом пространстве.

Вопросы к теме:

1. Сопряженный оператор. Свойства и примеры.
2. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе.
3. Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.

Тема 43. Симметрический оператор.

Вопросы к теме:

1. Матрица симметрического оператора в ортонормированном базисе.
2. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов симметрического оператора.
3. Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.

Тема 44. Ортогональный оператор.

Вопросы к теме:

1. Примеры. Матрица ортогонального оператора в ортонормированном базисе.
2. Канонический вид ортогонального оператора.
3. Решение задач из [4] - [6] (основная литература) по теме.

Раздел X. Тензоры.

Тема 45. Тензоры.

Вопросы к теме:

1. Основные понятия. Операции с тензорами.
2. Тензоры в евклидовом пространстве.
3. Решение задач из [8] (основная литература) по теме.

Тема 46. Поливекторы и внешние формы.

Вопросы к теме:

1. Основные понятия и определения.
2. Поливектор (p -вектор), внешняя форма степени q (q -форма), простой (разложимый) поливектор, разложимая внешняя форма.
3. Решение задач из [8] (основная литература) по теме.

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Раздел 1. Комплексные числа. Матрицы и определители.		
Тема 1. Комплексные числа.	Доклады на тему: 1. Приложения комплексных чисел. 2. Формула Кардано. Метод Феррари.	[1], [7]
Тема 2. Матрицы и определители.	Доклады на тему: 1. Объемы тел в определителях. 2. Методы вычисления определителей.	[3], [6]
Тема 3. Системы линейных уравнений.	Доклады на тему: 1. Метод Гаусса. Правило Крамера.	[2], [4]
Раздел 2. Многочлены и квадратичные формы.		
Тема 1. Многочлены.	Доклады на тему: 1. Алгоритм Евклида. Теорема Безу.	[2], [7]

	Схема Горнера. 2. Теорема Штурма.	
Тема 2. Квадратичные формы.	Доклады на тему: 1. Методы приведения квадратичных форм к каноническому виду. 2. Критерий Сильвестра.	[2], [6]
Тема 3. Евклидовы и унитарные пространства.	Доклады на тему: 1. Неравенство Коши-Буняковского.	[5], [7]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	Знать: основные определения и теоремы курса аналитической геометрии.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: применять полученные знания для решения задач по аналитической геометрии.	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: координатным методом решения геометрических задач, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.	Круглый стол.
ОПК-3	Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-1	Знать: основные направления развития аналитической геометрии, а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач в аналитической геометрии на практике; использовать приложения матричной теории для	Письменный опрос, коллоквиум

	решения разнообразных задач математики.	
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами ; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ приведения квадратичных форм к каноническому и нормальному виду.	Круглый стол
ПК-2	Знать: каким образом донести полученные знания по геометрии до широкой ученической аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	Знать: основные направления развития аналитической геометрии, а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения матричной теории для решения разнообразных задач аналитической геометрии.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.	Круглый стол
ПК-4	Знать: каким образом донести полученные знания по геометрии до широкой ученической аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	<p>Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p>	<p>Письменный опрос, коллоквиум</p>
	<p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>	<p>Круглый стол</p>

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы курса аналитической геометрии .</p> <p>Уметь: применять</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные

	полученные знания для решения задач по аналитической геометрии. Владеть: координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.		объяснять его коллективу	примеры
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--------------------------	---------

ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . Уметь: применять полученные знания для решения задач по аналитической геометрии. Владеть: координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . Уметь: применять	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные

	<p>полученные знания для решения задач по аналитической геометрии.</p> <p>Владеть: координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.</p>		<p>объяснять его коллективу</p>	<p>примеры</p>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	---------------------------------	----------------

ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>	<p>Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения</p>	<p>Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных</p>	<p>Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения</p>

		информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.	способов выполнения деятельности намеченным целям.	деятельности. Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.
--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные направления развития линейной алгебры и аналитической геометрии, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения систем линейных алгебраических уравнений на практике; использовать приложения матричной теории для решения разнообразных задач математики.</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами систем линейных алгебраических уравнений; анализом</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным химическим дисциплинам</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в</p>

	методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ приведения квадратичных форм к каноническому и нормальному виду.		изучаемого предмета.	дискуссии по учебным вопросам.
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------	--------------------------------

ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: каким образом донести полученные знания по геометрии и алгебре до широкой ученической аудитории.</p> <p>Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим дисциплинам</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает суть общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельно изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>

	перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля самооценки деятельности.			
--	-----------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Основные формулы, теоремы и факты высшей алгебры

1. Извлечение корня из комплексного числа.

$$\sqrt{a+ib} = \left(\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}} + i \operatorname{sign} b \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}} \right)$$

2. Формула Муавра

$$(r(\cos \varphi + i \sin \varphi))^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

3. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа в тригонометрической форме.

$$\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right), \quad k = \overline{0, n-1}$$

4. Корни из 1. $\varepsilon_k = \cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n}, \quad k = \overline{0, n-1}.$

$$5. \quad x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0, \quad \left\{ x = y - \frac{a_1}{3} \right\}, \quad y^3 + py + q = 0.$$

$$y_1 = \alpha_1 + \beta_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad \text{- формула Кардано (ит. математ.)}$$

$$y_1 = \alpha_1 \varepsilon_2 + \beta_1 \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \alpha_1 \cdot \beta_1 = -\frac{p}{3}$$

$$y_3 = \alpha_1 \varepsilon_1 + \beta_1 \varepsilon_2, \quad \varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

6. 1) $AB \neq BA$

2) $(AB)C = A(BC)$ - ассоциативность

3) $(AB)' = B' \cdot A'$ - транспонирование

7. Определитель треугольной матрицы

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{11} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$$

8. Определитель Вандермонда (1735-1796, франц. матем.)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq j < i \leq n} (a_i - a_j)$$

9. $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$. Определитель произведения равен произведению определителей.

$$10. A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{12}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{1n}}{\Delta} \\ \frac{A_{21}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{2n}}{\Delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{A_{n1}}{\Delta} & \frac{A_{n2}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{pmatrix}, \quad A_{ij} - \text{алгебраическое дополнение элемента } a_{ij}.$$

11. Правило Крамера (Крамер Габриэль, 1704 – 1752гг. швейц.)

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}, \quad \text{где } \Delta - \text{определитель системы.}$$

1. Основная теорема линейной независимости.

Теорема. Если система n -мерных векторов $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ линейно независима и линейно выражается через систему $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$, то $r \leq s$.

2. *Теорема о ранге.* Наивысший порядок отличных от нуля миноров матрицы A равен рангу этой матрицы.

3. *Теорема Кронекера-Капелли.* Система s уравнений с n неизвестными тогда и только тогда совместна, когда $\text{rang } \bar{A} = \text{rang } A$

4. Метод рекуррентных соотношений:

$$D_n = pD_{n-1} + qD_{n-2}$$

а) r_1, r_2 - различные корни уравнения $x^2 - px - q = 0$

$$D_n = \frac{r_2^{n-1}}{r_2 - r_1} (D_2 - r_1 D_1) - \frac{r_1^{n-1}}{r_2 - r_1} (D_2 - r_2 D_1)$$

б) $r_1 = r_2 = r$ корень (кратный) уравнения $x^2 - px - q = 0$

$$D_n = r^{n-1} \left(D_1 - (n-1) \frac{D_2 - r D_1}{r} \right)$$

5. Если $d(x) = (f(x), g(x))$, то существует $u(x)$ и $v(x)$, что

$$f(x) \cdot u(x) + g(x) \cdot v(x) = d(x), \quad \text{где } \deg u(x) < \deg g(x), \quad \deg v(x) < \deg f(x).$$

6. Теорема Безу. Остаток от деления $f(x)$ на $x - c$ равен $f(c)$.

7. *Основная теорема алгебры:* Многочлен с комплексными коэффициентами, отличный от постоянной, имеет хотя бы один комплексный корень.

8. *Ряд Штурма.* $f(x), f_1(x), \dots, f_s(x)$.

1) $f_s(x)$ не имеет действительной корней;

2) Соседние многочлены не имеют общих корней;

3) Если $f_i(x_0) = 0$, $1 \leq i \leq s-1$, то $f_{i-1}(x_0), f_{i+1}(x_0)$ имеют разные знаки;

4) $f(x) \cdot f_1(x)$ меняют знак с «-» на «+» при переходе корня $f(x)$.

Теорема Штурма: Число корней $f(x)$ в промежутке $[a; b]$ равно числу перемен знаков в значениях многочленов ряда штурма при $x = a$ минус число перемен знаков при $x = b$. $V(a) - V(b)$.

9. Степенные суммы

$$S_k - f_1 S_{k-1} + f_2 S_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} f_{k-1} S_1 + (-1)^k k \cdot f_k = 0$$

$$S_k - f_1 S_{k-1} + f_2 S_{k-2} - \dots + (-1)^n f_n S_{k-n} = 0, k = \overline{1, n-1}, k \geq n$$

10. Формулы Виета. Если x_1, x_2, \dots, x_n - корни многочлена

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n, \text{ то}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0},$$

$$x_1 x_2 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

$$x_1 x_2 \cdots x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$$

Примерные контрольные работы

за I семестр

Контрольная работа №1 по теме «Комплексные числа»

1. Найти $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z$, если z равно:

а) $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$; б) $i^9 + \frac{i^3}{2+7i}$.

2. Найти $|z|, \arg z$, если z равно:

а) $1+i^{123}$; б) $(-4+3i)^3$.

3. Извлечь корни:

а) $\sqrt[6]{1}$; б) $\sqrt[3]{-8i}$.

4. Выразить через $\cos x$ и $\sin x$

а) $\sin 6x$

5. Найти сумму:

$$\cos x + 2 \cos 2x + 3 \cos 3x + \dots + n \cos nx$$

Домашняя контрольная работа по теме

«Комплексные числа»

Вариант 1.

1. Вычислить

а) $\frac{3-2i}{2+3i} - 6i$; б) $\frac{1}{-3-5i} + i^{46}$; в) $\sqrt{-15+8i}$

2. Найти $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z, |z|, \arg z$, если

$$z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2005}$$

3. Извлечь корни:
 - а) $\sqrt[4]{-4}$; б) $\sqrt[3]{-1-i}$.
4. Решить уравнение: $x^3 + 15x + 124 = 0$.

Вариант 2.

1. Вычислить
 - а) $\frac{3+4i}{1-i} + (2-i)(1+4i)$; б) $\frac{4-3i}{5+i} - i^{58}$; в) $\sqrt{-8-6i}$
2. Найти $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, $\arg z$, если

$$z = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{1000}$$
3. Извлечь корни:
 - а) $\sqrt[6]{-1}$; б) $\sqrt[4]{1-i}$.
4. Решить уравнение: $x^3 + 12x + 63 = 0$.

Контрольная работа №2 по теме «Формула Кардано метод Феррари»

Вариант 1:

1. Решить уравнение
 - а) $x^2 + x + 1 = 0$;
 - б) $x^3 - 6x + 4 = 0$;
 - в) $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 2x - 3 = 0$.
2. Составить кубическое уравнение с корнями $-x_1, -x_2, -x_3$, если x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $x^3 - x^2 - 5x + 3 = 0$.

Вариант 2:

1. Решить уравнение
 - а) $x^2 - 4x + 29 = 0$;
 - б) $x^3 + 15x + 124 = 0$;
 - в) $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 2x + 7 = 0$.
2. Составить кубическое уравнение, корни которого равны квадратам $x^3 - 4x^2 + 5x - 1 = 0$.

Вариант 3:

1. Решить уравнение
 - а) $x^2 + 10x + 28 = 0$;
 - б) $x^3 + 3x - 2i = 0$;
 - в) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5 = 0$.
2. Составить кубическое уравнение, имеющее корни $-3; -2+i; -2-i$ и старший коэффициент (-3).

Вариант 4:

1. Решить уравнение

- а) $x^2 + 8x + 25 = 0$;
 б) $x^3 - 9x + 28 = 0$;
 в) $x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 8 = 0$.
2. Составить кубическое уравнение с корнями $-x_1^2, -x_2^2, -x_3^2$, если x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $x^3 - 6x^2 + 4x - 2 = 0$.

Контрольная работа №4 по теме «Системы линейных уравнений»

Вариант 1:

- 1) Решить систему по правилу Крамера:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

- 2) Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 - 4x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ -2x_1 + x_2 + x_4 = 3 \end{cases}$$

- 3) Найти $\text{rang}A$, если

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа №5

Вариант 1.

1. Линейное преобразование f в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = e_1 + 2e_2, e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + e_3, e'_3 = e_1 + 2e_2 + e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования A :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -5 & -2 & -4 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

3. Теорема Гамильтона-Кели.

Вариант 2.

1. Линейное преобразование f в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = 3e_1 - 4e_2 + 2e_3, e'_2 = 3e_1 + e_2, e'_3 = 4e_1 - e_2 + e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования A :

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & 7 \\ -1 & -1 & 1 \\ -4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Неравенство Коши в R и в C (доказать)

Вариант 3.

1. Линейное преобразование f в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = 2e_1 - 2e_2 - 3e_3, e'_2 = -e_1 + 2e_2, e'_3 = e_2 - e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Теорема Гамильтона-Кели.

Вариант 4.

Линейное преобразование f в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = -4e_1 - 4e_2 + 3e_3, e'_2 = e_1 + 2e_2, e'_3 = e_2 + e_3$$

Найти собственные значения и собственные векторы преобразования A :

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -11 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Неравенство Коши в R и в C (доказать).

Примерные контрольные вопросы коллоквиумов и экзаменов

Раздел 1. Комплексные числа.

1. Развитие понятия числа.
2. Алгебраическая форма комплексного числа и действия над ними.
3. Извлечение корня комплексного числа в алгебраической форме.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
5. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа в тригонометрической форме.
6. Корни из 1. Первообразные корни из 1.
7. Преобразование тригонометрических выражений с помощью комплексных чисел.
8. Решение уравнений третьей степени. Формула Кардано.
9. Решение уравнений четвертой степени. Метод Феррари.

Раздел 2. Матрицы и определители.

1. Матрицы и действия над ними, ассоциативность умножения.
2. Определите второго и третьего порядка.
3. Перестановки и подстановки.
4. Определители n -го порядка. Свойства.
5. Миноры и алгебраические дополнения.
6. Теорема Лапласа.
7. Определитель треугольной матрицы и матрицы Вандермонда.
8. Определитель произведения матриц.
9. Обратная матрица.
10. Подобные матрицы.
11. Характеристический многочлен матрицы.

Раздел 3. Системы линейных уравнений.

1. Система линейных уравнений.
2. Метод Гаусса. Правило Крамера.
3. Однородные системы.
4. n -мерное векторное пространство.
5. Линейная зависимость векторов. Основная теорема линейной независимости векторов.
6. Ранг матрицы.
7. Ранг произведения матриц.
8. Теорема Кронекера – Капелли.

Раздел 4. Многочлены.

1. Многочлены. Операции над ними.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Свойства делимости. НОД. Алгоритм Евклида.
4. Представление НОД. Взаимно простые многочлены.
5. Теорема Безу. Схема Горнера.
6. Основная теорема алгебры.
7. Формулы Виета. Формула Лагранжа.
8. Действительные корни с действительными коэффициентами.
9. Оценка Маклорена.
10. Построение ряда Штурма. Теорема Штурма.
11. Рациональные корни целочисленных многочленов.
12. Разложение на линейные множители правильной рациональной дроби.
13. Симметрические многочлены. Степенные суммы.

Раздел 5. Квадратические формы.

1. Линейные преобразования неизвестных. Произведение преобразований.
2. Матрица квадратичной формы.
3. Квадратичная форма и ее ранг.
4. Канонический вид квадратичной формы.
5. Нормальный вид квадратичной формы.
6. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду.
7. Закон инерции.
8. Сигнатура квадратичной формы.
9. Знакоопределенность квадратичной формы.
10. Критерий Сильвестра.
11. Приведение квадратичной формы ортогональным преобразованием к каноническому виду.

Раздел 6. Понятие группы, кольца и поля.

11. Группа, подгруппа. Циклическая группа. Примеры.
12. Смежные классы по подгруппе.
13. Действия групп на множествах.
14. Коммутант. Централизатор. Нормализатор.
15. Факторгруппы и гомоморфизмы.
16. Теоремы о гомоморфизмах групп.
17. Кольцо. Кольцо классов вычетов.
18. Кольцо многочленов.
19. Идеалы колец и фактор кольцо
20. Теоремы об изоморфизме колец.
21. Поле. Характеристика поля. Примеры.

Раздел 7. Линейные пространства.

1. Линейные пространства. Примеры.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Линейная комбинация векторов.
4. Базис и размерность линейного пространства.
5. Подпространства линейного пространства. Примеры.
6. Подпространства как линейная оболочка системы векторов.
7. Базис системы векторов.
8. Сумма и пересечение подпространств.
9. Формула Грассмана. Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств.
10. комплексные линейные пространства.

Раздел 8. Евклидовы и унитарные пространства.

1. Евклидовы и унитарные пространства. Примеры.
2. Скалярное произведение. Длина вектора. Матрицы Грамма.
3. Неравенство Коши – Буняковского.
4. Неравенство треугольника.
5. Угол между векторами.
6. Ортогональный и ортонормированный базисы.
7. Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта.
8. Ортогональность вектора и подпространства. Ортогональное дополнение подпространства. Нахождение базиса ортогонального дополнения.

9. Ортогональное проектирование. Угол между вектором и подпространством, угол между двумя подпространствами.

Раздел 9. Линейные отображения и преобразования.

1. Основные свойства линейных отображений и преобразований.
2. Инвариантные подпространства, собственные векторы и собственные значения линейных преобразований
3. Преобразование базиса. Матрица перехода
4. Связь между координатами вектора в разных базисах.
5. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Матрица перехода. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Ядро и образ линейного оператора.
6. Линейные операторы в евклидовом пространстве. Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе, в произвольном базисе.
7. Симметрический оператор. Матрица симметрического оператора в ортонормированном базисе. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов симметрического оператора. Положительно определенный симметрический оператор.
8. Ортогональный оператор. Примеры. Матрица ортогонального оператора в ортонормированном базисе. Канонический вид ортогонального оператора.
9. невырожденный линейный оператор. Полярное разложение.

Раздел 10. Тензоры.

1. Основные понятия.
2. Алгебраические операции с тензорами.
3. Тензоры в евклидовом пространстве.
4. Поливекторы и внешние формы.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ – 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры. М.: Физ.-мат.лит., 2000.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат.лит., 2000.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основы алгебры. М.: Физ.-мат.лит., 2000.

4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 1975.
5. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре. М., 1984.
6. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М., 1984.
7. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М., 1997.
8. Беклемишева Л.А. и др. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 1987.

б) дополнительная литература:

1. Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И. Кострикина. М.: МАИК Наука, 2001.
2. Ефимов И.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М., 1970.
3. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М., 1980.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm

www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811

www.bookvoed.ru/book?id=413420

www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm

www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf

www.alleng.ru/d/math/math97.htm

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Аналитическая геометрия» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной

доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов
-