

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет управления

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Дифференциальные и разностные уравнения

Кафедра Математических и естественнонаучных дисциплин
факультета управления

Образовательная программа
38.03.05–Бизнес-информатика

Профиль подготовки
Технологическое предпринимательство

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала, 2016год

Рабочая программа дисциплины Дифференциальные и разностные уравнения составлена в 2016 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **38.03.05 - Бизнес-информатика (уровень бакалавриат)** от «11» августа 2016г. № 1002.

Разработчик: кафедра математических и естественнонаучных дисциплин,
_____ доц. Джабраилова Л.М.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры МиЕНД от «29» августа 2016г., протокол № 1
Зав. кафедрой _____ Омарова Н.О.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета управления от « 31 »
августа 2016 г., протокол № 1 .
Председатель _____ Камалова Т.А.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 1 » сентября 2016 г. _____
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Дифференциальные и разностные уравнения" входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению 38.03.05 "Бизнес -информатика".

Дисциплина реализуется на факультете управления кафедрой математики и естественно -научных дисциплин .

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4**. Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета**.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

| Семестр | Учебные занятия | | | | | | СРС, в том числе зачет | Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен) |
|---------|--|----------------------|----------------------|-----|---|--------------|------------------------|---|
| | в том числе | | | | | | | |
| | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | консультации | | |
| | Всего | из них | | | | | | |
| | Лекции | Лабораторные занятия | Практические занятия | КСР | | | | |
| 1 | 108 | 18 | - | 34 | - | 8 | - | зачет |

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины является изучение математического аппарата, необходимого при изучении курсов экономического профиля, выполнения курсовых и дипломных работ.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата цикла "математический и естественно-научный".

Дисциплина относится к одним из важных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и экономических дисциплин, является фундаментом для дальнейшего освоения дисциплины "Эконометрика" и "Экономико-

математические методы". Для освоения настоящего курса необходимо знание курса математического анализа ,линейной алгебры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

| Компетенции | Формулировка компетенции из ФГОС ВО | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций) |
|-------------|-------------------------------------|---|
|-------------|-------------------------------------|---|

| | | |
|--------------|---|--|
| <p>ОПК-1</p> | <p>готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, алгебры, аналитической геометрии и методы естественно-научных дисциплин, в своей профессиональной деятельности и способность к самостоятельной научно-исследовательской работе .</p> | <p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений. Уметь: применять полученные знания для качественного исследования дифференциальных уравнений и их систем. Владеть: навыками и методами исследования и решения дифференциальных и разностных уравнений и их систем.</p> |
| <p>ОПК-3</p> | | <p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления и экономических дисциплин Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как</p> |

| | | |
|------|---|--|
| ПК-1 | <p>способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .</p> | <p>математический анализ, эконометрика и экономико-математические методы и других.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики</p> <p>Знать: основы теории дифференциальных и разностных уравнений.</p> <p>Уметь: решать все основные типы дифференциальных и разностных уравнений и их систем</p> <p>Владеть: методами исследования экономических задач с помощью аппарата дифференциальных и разностных уравнений.</p> |
| ПК-2 | <p>способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.</p> | <p>Знать: взаимосвязи предметов математического и экономического направления и между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики ,таких как эконометрика ,дискретная математика,теория вероятностей и т.д.</p> <p>Владеть: методами составления математических моделей экономических задач.</p> |
| ПК-3 | <p>способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .</p> | <p>Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач;</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.</p> |
| ПК-4 | <p>способностью публично представлять собственные и</p> | <p>Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям систем до широкой аудитории.</p> <p>Уметь: ставить цели и устанавливать</p> |

| | | | | | | | | |
|----|---------------------|------------|-----------|-----------|-----------|--|----------|----------|
| 7 | Раздел 4. | 10 | 6 | 4 | | | | КОЛЛОКВ. |
| 9 | Итоговый контроль | | | | | | 4 | зачет |
| 10 | Подготовка к зачету | 4 | | | | | | зачет |
| | ИТОГО | 108 | 18 | 34 | 56 | | 4 | |

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Основные понятия

Фазовое пространство, расширенное фазовое пространство, поле фазовых скоростей и поле направлений обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Решение дифференциального уравнения. Фазовая кривая. Интегральная кривая. Метод изоклин для приближенного построения интегральных кривых для уравнения с одномерным фазовым пространством. Положения равновесия.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Классы дифференциальных уравнений и их характеристики. Методы решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнения с разделяющимися переменными. Первый интеграл. Однородные уравнения. Редукция однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Редукция уравнения Бернулли к линейному дифференциальному уравнению. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

Тема 3. Дифференциальные уравнения в экономике

Простейшие экономико-математические методы, приводящие к дифференциальным уравнениям: динамическая модель рынка, модель Солоу экономического роста.

Модуль 2. Уравнения высших порядков

Тема 4. Дифференциальные уравнения n-го порядка

Уравнения высших порядков, понижение порядка. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Структура множества решений. Фундаментальная система решений. Линейная зависимость решений от начальных значений. Определитель Вронского.

Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Принцип суперпозиции. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 5. Системы дифференциальных уравнений

Системы линейных дифференциальных уравнений. Существование производных по начальным значениям от решений. Первые интегралы обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы решения систем

дифференциальных уравнений.

Модуль 3. Разностные уравнения

Тема 6. Примеры разностных уравнений

Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия. Последовательность частных сумм числового ряда. Рост процентного вклада. Рост процентного вклада с регулярными взносами.

Величина долга по займу с регулярными выплатами. Числа Фибоначчи. Паутинообразная модель рынка. Модель делового цикла (Самуэльсона - Хикса).

Тема 7. Методы решения разностных уравнений

Построение фундаментальной системы решений уравнения по корням характеристического уравнения. Построение частного решения уравнения. Принцип суперпозиции. Критерий устойчивости решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Достаточное условие существования устойчивого положения равновесия нелинейного уравнения $x(t+1) = V(x(t))$. Задача о текущей стоимости купонной облигации.

Методы решения линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

Темы практических занятий.

Модуль 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 1. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним

Занятие 1.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения.
(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)

Занятие 2.

1. Фазовая кривая. Интегральная кривая.
2. Метод изоклин для приближенного построения интегральных кривых для уравнения с одномерным фазовым пространством.
3. Положения равновесия.
(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)

Тема 2. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 3.

1. Уравнения, приводящиеся к однородным.
2. Квазиоднородные уравнения.
(№ 113, 114, 132, 133).

Занятие 4.

1. Однородное линейное уравнение
2. Неоднородное уравнение.

3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.
(№ 140, 167, 173, 174, 175)

Занятие 5.

1. Уравнения в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
3. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

Тема 3. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 6.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Занятие 7.

1. Динамическая модель рынка,
2. Модель экономического роста.

Модуль 2. Уравнения высших порядков

Тема 4. Дифференциальные уравнения n-го порядка

Занятие 8.

1. Уравнения допускающие понижения порядка
2. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами

Занятие 9.

3. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами
4. Задача Коши для уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами

Занятие 10.

5. Метод Лагранжа
6. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 5. Система дифференциальных уравнений

Занятие 11.

1. Система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами
2. Устойчивость системы дифференциальных уравнений

Модуль 3. Разностные уравнения

Тема 6. Разностные уравнения

Занятие 12.

1. Линейные разностные уравнения первого порядка
2. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами

Занятие 13.

1. Рост процентного вклада.
2. Рост процентного вклада с регулярными взносами.

Занятие 14.

3. Модель Солоу, уравнение Хикса.

4. Паутинообразная модель рынка.

Тема 7. Методы решения разностных уравнений

Занятие 15.

1. Построение фундаментальной системы решений уравнения по корням характеристического уравнения.

2. Построение частного решения уравнения.

Занятие 16.

1. Принцип суперпозиции.

2. Критерий устойчивости решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Занятие 17.

1. Достаточное условие существования устойчивого положения равновесия нелинейного уравнения $x(t + 1) = V(x(t))$.

Методы решения линейных разностных Построение частного решения

| Тема | Трудоемкость | лекции | практ./семинар | Самостоятельная работа |
|---|--------------|----------|----------------|------------------------|
| <i>Модуль 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения</i> | | | | |
| Тема 1. Основные понятия | 6 | 2 | 4 | 2 |
| Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка | 18 | 4 | 6 | 8 |
| Тема 3. Дифференциальные уравнения в экономике | 8 | 2 | 4 | 4 |
| Итого за модуль | 36 | 8 | 14 | 14 |
| <i>Модуль 2. Уравнения высших порядков</i> | | | | |
| Тема 4. Дифференциальные уравнения n-го порядка | 22 | 4 | 6 | 12 |
| Тема 5. Системы дифференциальных уравнений | 14 | 2 | 2 | 10 |
| Итого за модуль | 36 | 6 | 8 | 22 |
| <i>Модуль 3. Разностные уравнения</i> | | | | |
| Тема 6. Примеры разностных уравнений | 18 | 2 | 6 | 10 |
| Тема 7. Методы решения разностных уравнений | 18 | 2 | 6 | 10 |

| | | | | |
|------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| Итого за модуль | 36 | 4 | 12 | 20 |
| Итого | 108 | 18 | 34 | 56 |

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения:

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

| Разделы и темы для самостоятельного изучения | Виды и содержание самостоятельной работы | Литература |
|--|--|-------------------|
| Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка | | |
| Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши. Экономические задачи и математические модели приводящие к дифуравнениям. | Доклады на тему: 1. Математическая модель естественного роста. 2. Рост производства с учетом инвестиций. | [1], [7] |
| Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. | Доклады на тему: 1. Модель колебания рыночных цен. 2. Динамическая модель Леонтьева. | [3], [6] |
| Раздел 2. Экономические задачи решаемые с применением аппарата дифференциальных уравнений | Доклады на тему: Модель Солоу. | [2], [4] |
| Тема 1. Системы дифференциальных уравнений | Доклад: Устойчивость решений систем дифуравнений | |

| | | |
|--|--|----------|
| Тема 2. Разностные уравнения . | Доклады на тему: 1.Разностные уравнения первого порядка. | [2], [7] |
| Раздел 3.Разностные уравнения высших порядков. | Доклады на тему:1. Модель Солоу.2.Модель Эванса. | [2], [6] |
| Тема 1.Экономические задачи решаемые с помощью разностных уравнений. | Доклады на тему:1.Уравнение Самуэльсона -Хикса и его приложения. | [5], [7] |

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

| Компетенция | Знания, умения, навыки | Процедура освоения |
|-------------|---|---|
| ОПК-1 | Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений. | Устный опрос, письменный опрос, тестирование. |
| | Уметь: применять полученные знания для решения задач по дифференциальным уравнениям | Письменный опрос, коллоквиум. |
| | Владеть: всеми основными методами решения дифуравнений и разностных уравнений | Круглый стол. |
| ОПК-3 | Знать: взаимосвязи предметов математического и экономического направления между собою. | Устный опрос, письменный опрос, тестирование. |
| | Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других. | Письменный опрос, коллоквиум. |
| | Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях | Круглый стол |

| | | |
|------|--|--|
| | экономики с применением аппарата дифференциальных уравнений.. | |
| ПК-1 | Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин. | Устный опрос, письменный опрос, тестирование |
| | Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения дифференциальных уравнений; использовать приложения для решения разнообразных задач экономики. | Письменный опрос, коллоквиум |
| | Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами ; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ решения экономических задач. | Круглый стол |
| ПК-2 | Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до широкой аудитории. | Устный опрос, письменный опрос, тестирование |
| | Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности. | Письменный опрос, коллоквиум |
| | Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами | Круглый стол |

| | | |
|------|--|--|
| | целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности. | |
| ПК-3 | Знать: основные направления развития приложения дифференциальных и разностных уравнений в экономике | Устный опрос, письменный опрос, тестирование |
| | Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения теории дифференциальных и разностных уравнений для решения разнообразных задач экономики и др. разделов. | Письменный опрос, коллоквиум |
| | Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации. | Круглый стол |
| ПК-4 | Знать: каким образом донести полученные знания по приложениям дифференциальных уравнений до широкой аудитории. | Устный опрос, письменный опрос, тестирование |
| | Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности. | Письменный опрос, коллоквиум |

| | | |
|--|---|--------------|
| | <p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p> | Круглый стол |
|--|---|--------------|

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, в будущей профессиональной деятельности .

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|-----------|--|--|--|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения основных типов дифференциальных и разностных уравнений.</p> <p>Владеть: основными методами решения дифференциальных уравнений.</p> <p>Методами</p> | Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок | Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу | Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | качественного анализа дифференциальных и разностных уравнений и их систем. | | | |
|--|--|--|--|--|

ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|-----------|---|--|--|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений и разностных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач по дифференциальным и разностным уравнениям.</p> <p>Владеть: основными методами решений дифуравнений и их систем, методами исследования решений на устойчивость, приложениями дифуравнений для решения задач по экономике.</p> | Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок | Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу | Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры |

ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .

| Уровень | Показатели (что | Оценочная шкала |
|---------|-----------------|-----------------|
|---------|-----------------|-----------------|

| | | | | |
|-----------|--|--|--|---|
| | обучающийся должен продемонстрировать) | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: основные определения и теоремы теории устойчивости решений систем дифуравнений и решения всех типов дифуравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач экономического содержания</p> <p>Владеть: всеми методами исследования решени й систем дифуравнений и качественного анализа решений дифференциальных и разностных уравнений.</p> | Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок | Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу | Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры |

ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики .

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|-----------|---|--|---|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях</p> | Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования , их | Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенносте | Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразован |

| | | | | |
|--|---|--|---|--|
| | <p>математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других. Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p> | <p>особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования</p> | <p>й и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности .</p> <p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p> | <p>ия, аргументированно обосновывает принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p> |
|--|---|--|---|--|

ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|-----------|---|---|--|--|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: основные направления развития дифференциальных уравнений и их качественной теории, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения дифференциальных уравнений на практике; использовать приложения качественной теории для решения разнообразных задач экономики</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами дифференциальных уравнений; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ</p> | <p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам</p> | <p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает суть общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого</p> | <p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p> |

| | | | | |
|--|--|--|-----------|--|
| | качественного анализа решений дифференциальных уравнений и их систем | | предмета. | |
|--|--|--|-----------|--|

ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|-----------|--|---|--|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | <p>Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до широкой аудитории.</p> <p>Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения;</p> | <p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> | <p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> | <p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> |

| | | | | |
|--|---|--|---|--|
| | <p>осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля самооценки деятельности.</p> | <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим дисциплинам</p> | <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p> | <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p> |
|--|---|--|---|--|

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Вопросы для самоконтроля

Вопросы к 1 модулю

1. Основные понятия и определения курса дифференциальных уравнений. Порядок уравнения, общее решение, задача Коши, краевая задача.

2. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.
4. Однородные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
5. Линейные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним. Два способа их решения.
6. Уравнения Бернулли и Риккати.
7. Теорема существования и единственности (Коши) решения начальной задачи.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель. Способы его нахождения.
10. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.
11. Общий метод введения параметра для уравнений $F(x, y, y')=0$.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Вопросы к 2 модулю

13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Приведение к системе уравнений. Теорема существования и единственности.
14. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.
15. Простейшие нелинейные уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка.
16. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Общие свойства, линейный дифференциальный оператор.
17. Общая теория линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
18. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
19. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (резонансный случай).
20. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (нерезонансный случай).

Вопросы к 3 модулю

21. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений.
22. Метод Эйлера решения однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
23. Метод вариации решения неоднородных линейных систем.
24. Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
25. Устойчивость по первому приближению. Теоремы Ляпунова.
26. Критерий Рауса –Гурвица.
27. Линейные разностные уравнения. Общие решения для однородного

и неоднородного случаев.

28. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.

Общее решение однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами.

29. Разностные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Аналог определителя Вронского.

30. Паутинная модель рынка. Модель Солоу.

31. Уравнение Хикса.

32. Задача о текущей стоимости купонной облигации.

Вопросы к зачету:

- 1.** Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
- 2.** Начальные условия, задача Коши.
- 3.** Уравнения с разделяющимися переменными.
- 4.** Уравнения с однородной функцией.
- 5.** Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения.
- 6.** Уравнение Бернулли.
- 7.** Уравнение в полных дифференциалах.
- 8.** Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Общее и частное решения.
- 9.** Уравнения, допускающие понижение степени.
- 10.** Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Определитель Вронского.
- 11.** Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
- 12.** Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
- 13.** Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
- 14.** Линейные однородные уравнения высших порядков. Общее решение. Определитель Вронского.
- 15.** Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
- 16.** Неоднородные линейные уравнения высших порядков. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
- 17.** Нормальные системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность дифференциального уравнения и нормальной системы. Метод исключения.
- 18.** Однородные нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
- 19.** Неоднородные нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.

20. Устойчивые и неустойчивые решения систем дифференциальных уравнений.
21. Автономные нормальные системы. Состояния равновесия.
22. Типы состояний равновесия автономных систем 2-го порядка.
23. Экономические задачи решаемые с помощью систем дифуравнений.
24. Разностные уравнения 1-го порядка. Частное и общее решения.
25. Разностные уравнения 2-го порядка. Частное и общее решения.
26. Модели экономической динамики с дискретным временем..
27. Модель Самуэльсона-Хикса.
28. Паутинная модель рынка.
29. Задача об определении текущей стоимости купонной облигации.
30. Модели экономической динамики с непрерывным временем.

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.

15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения

$$(y')^2 - yy' + 4e^x = 0. \text{ Найти особые решения этого уравнения.}$$

16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.

17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.

18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.

19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.

20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы

$$x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y.$$

21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.

22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$$

23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.

24. Найти область асимптотической устойчивости системы

$$x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y.$$

25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.

26. Найти область асимптотической устойчивости системы

$$x' = ax - y, y' = -x + by + x^2.$$

27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.

28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.

29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.

30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy'/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2+1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;
4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;
3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$;
4) $(x^2+y)dx - xydy = 0$; 5) $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель

дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$;
3) $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое;
3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$;

5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение,

удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4)

$y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;

4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;

4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой

$y = -x$:

1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4)

$f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$; 5) $f(x, y) = 1 + x + y$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:

1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$;

5) $0,31 < d < 0,33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$;

5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка $(0, 0)$ системы является седлом:

- 1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

- 1) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$;
5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = x + C\sqrt{1+x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнения:

- 1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$;
3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид:

- 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

- 1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$;
3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

- 1) $y^3 y' - xy = x$; 2) $y' + x^2 y = xy^2$; 3) $y^2 y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши

$y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид:

- 1) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$; 2) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$;
3) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$.

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$ является:

- 1) $y = x^2 + C_1x + C_2$; 2) $y = C_1x + C_2$; 3) $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$.

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

1)1; 2)-1; 3)0.

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$; 2) $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$;

3) $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.

IX. Функции $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' + 4y = 0$; 2) $y'' - 4y = 0$; 3) $y'' - 2y = 0$.

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

1) $x^3 y''' - xy' - 3y = -5x^2$; 2) $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$; 3) $x^3 y''' + xy' - 3y = x^2$.

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = x e^{\cos t}$ является:

1) $x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 2) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 3)

$x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t$.

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

1) $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x$; 3) $\frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x$.

XIII. Выражение $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t-1 \end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

1) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; 2) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$;

3) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы,

если:

1) $-2 < \alpha < -1$; 2) $1 < \alpha < 2$; 3) $-1 < \alpha < 1$.

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

1) $V(x, y) = x^2 + y^2$; 2) $V(x, y) = (x + y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y; \quad 3)$$

$$\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y.$$

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

$$1) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0; \quad 2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0; \quad 3) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 1; \quad 3) 0,5.$$

Тест №3

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$, где $C \in R$, является решением

дифференциального уравнение:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}.$$

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C.$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x.$$

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2.$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + x dy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xy dy = 0.$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1) dx - x dy = 0; \quad 2) (x - y) dx + (x + y) dy = 0; \quad 3)$$

$$(x - y) dx + (-x + y) dy = 0.$$

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем

уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0;$$

$$3) \left(1 - \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0.$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x.$$

IX. Функции $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

$$1) y'' - y = 0; \quad 2) y'' + y = 0; \quad 3) y'' - 4y = 0.$$

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y; \quad 3) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y.$$

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система

$$\text{уравнений} - \frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 4.$$

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

$$1) V(x, y) = x^4 + y^4; \quad 2) V(x, y) = (x - y)^2; \quad 3) V(x, y) = x^2 - y^2.$$

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{1}{4} \pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 0,5.$$

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

$$1) x' = -x, y' = -y; \quad 2) x' = -x + 2y, y' = -2x - y; \quad 3) x' = x - y, y' = -x + y.$$

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

$$1) O_1(0,0); \quad 2) O_2(1,1); \quad 3) O_3(2,0).$$

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.

Задачи для тестирования по разностным уравнениям:

Найти общее решение :

1) $y(k-1) + 2y(k-2) + 6y(k-3) = 0$;

2) $y(k) - 9y(k-2) = 0$;

3) $y(k+3) + 2\sqrt{3}y(k+2) + 3y(k+1) = 0$;

4) $y(k+1) - 8y(k) + 16y(k-1) = 0$;

5) $y(k+3) + 10y(k+2) + 25y(k+1) = 0$

6) $y(k) + 125y(k-2) = 0$;

7) $y(k+3) + 25y(k+1) = 0$;

8) $y(k-1) + 49y(k-3) = 0$;

9) $y(k+2) + 2y(k) - 63y(k-2) = 0$;

10) $y(k+3) + 20y(k+1) - 125y(k-1) = 0$;

11) $y(k-1) + 5y(k-2) + 6y(k-3) = 4k$;

12) $y(k+2) - 8y(k+1) + 12y(k) = 2^k$;

13) $y(k) - 16y(k-26) = 4k + 3$;

14) $y(k+2) + 6y(k+1) + 8y(k) = 4^k$;

15) $y(k+2) + 9y(k+1) + 20y(k) = 3k + 3$;

16) $y(k+2) - 9y(k+1) + 8y(k) = 8^k$;

17) $y(k+2) + 19y(k+1) + 90y(k) = 2k + 1$;

18) $y(k+2) - 8y(k+1) + 7y(k) = 7^k$;

$$19) 2y(k+2) + 4y(k+1) + 4y(k) = 2^{\frac{k}{2}} \cos \frac{\pi}{4} k;$$

$$20) y(k+2) + 16y(k) = 4 \cos \frac{\pi}{2} k;$$

$$21) y(k+2) + 2\sqrt{3}y(k+1) + y(k) = 2^k \cos \frac{\pi}{6} k;$$

$$22) y(k+2) + 9y(k) = 3 \sin \frac{\pi}{2} k;$$

$$23) \Delta^2 y_k + 8y_k + 16y(k) = (-3)^k$$

$$24) \Delta^2 y_k + 2y_k + 10y(k) = 3^k \cos \frac{\pi}{2} k$$

$$25) \Delta^2 y_k + 4y_k + 5y(k) = \cos \frac{3\pi}{2} k$$

$$26) \Delta^2 y_k + 2y_k - 3y(k) = 2^k (k+1)$$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него

отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:
«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов
«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

| Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале | Оценка по 5-балльной шкале |
|---|----------------------------|
| 0-50 | Неудовлетворительно |
| 51-65 | Удовлетворительно |
| 66-85 | Хорошо |
| 86-100 | Отлично |

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а)Основная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1984г.

2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифуравнений.- М: Урсс. 2003.

3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для студенческих вузов А.Ф. Филиппов. -изд 2-е, испр.-М.: КомКнига, 2007.- 239с.

4. Самойленко А.М. Кривошея С.Я. Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи -М. Высшая школа .1984 г.

5. Солодовников А.С. Бабайцев В.А. Математика в экономике: Учебник в 2 ч. М. Финансы и статистика. 1999. ч.2

6. Васенкова Е.К. Волкова Е.С. Шандра И.Г. Математика для экономистов. Дифференциальные и разностные уравнения. Курс лекций. М. Фин академия, 2003. 116 стр.

б) Дополнительная литература:

1. Велиев Э.Б. Практикум по курсу Математика в экономике. ч.2 стр. 195

2. А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 2009.

3. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2002 г.

4. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2001 г.

5. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. -М.-С.Пб.: Физматлит, 2001.

в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

1. Образовательный математический сайт «Экспонента»

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>

2. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/methodode.htm>

3. Allmath.ru . Вся математика в одном месте!

<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalisis/mathanalisis30/mathanalisis.htm>

4. Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуются материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплин "Дифференциальные и разностные уравнения" рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов